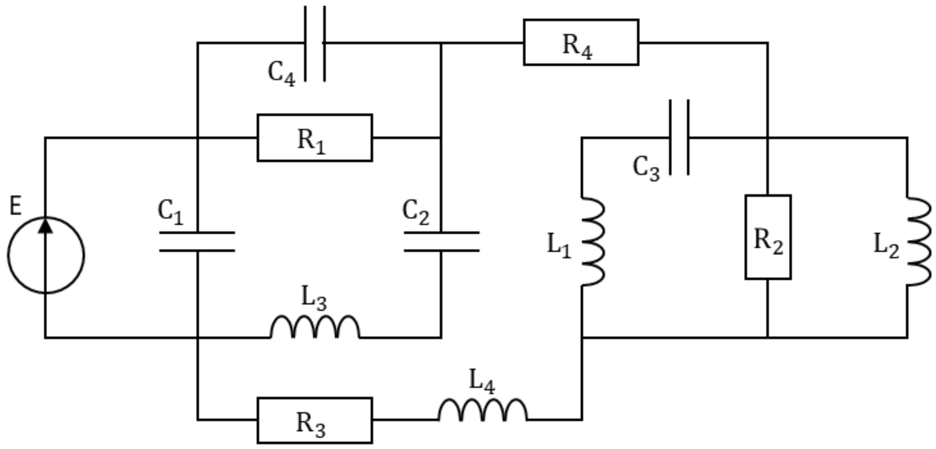
Électrocinétique | Chapitre 2 | TD (E2)

Exercice n°1 - Circuit équivalent ★☆☆

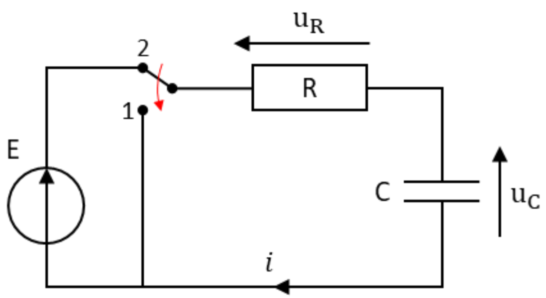
Déterminer le circuit équivalent lorsque $t \to +\infty$ du circuit ci-dessous.



Exercice n°2 - Circuit RC série en régime libre ★☆☆

On appelle **régime libre** un régime où le système n'est soumis à aucune excitation extérieure.

On reprend l'étude du circuit RC série vu en cours. À $t = 0$, on bascule l'interrupteur de la position 2 à la position 1.



1) Déterminer les valeurs de u_R, u_C et i en $t = 0^-$, $t = 0^+$ et $t \to +\infty$.

2) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$. La mettre sous forme canonique. La résoudre.

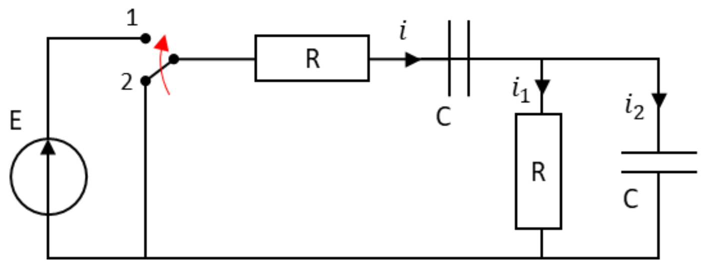
3) Effectuer un bilan énergétique et l'interpréter physiquement.

Exercice n°3 - Conditions initiales et d'équilibre ★★☆

On considère le circuit de la figure ci-dessous. Pour $t < 0$, l'interrupteur K est dans la position 2 et les deux condensateurs (de même capacité C) sont déchargés.

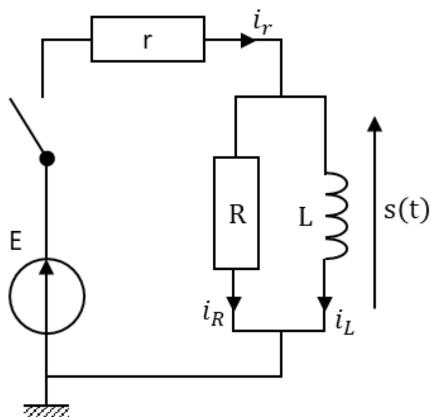
1) À la date $t = 0$, K bascule de la position 2 à la position 1. Déterminer les valeurs des intensités i, i_1 et i_2 en $t = 0^+$.

2) Au bout d'un temps T très long, l'interrupteur K bascule à nouveau et revient en position 2. Déterminer les valeurs des intensités i, i_1 et i_2 aussitôt après le basculement de K, puis lorsque le régime permanent est atteint.



Exercice n°4 - Circuit RL en dérivation ★★☆

On considère le circuit ci-après. À $t = 0$, on ferme l'interrupteur.



1) Quelle relation existe-t-il entre i_R et s, ainsi qu'entre i_L et s ?

2) Déterminer les valeurs de i_r, i_R, i_L et s en $t = 0^-$.

3) Déterminer les valeurs de i_r, i_R, i_L et s en $t = 0^+$.

4) Déterminer le circuit équivalent lorsque $t \to +\infty$. En déduire les valeurs de i_r, i_R, i_L et s en $t \to +\infty$.

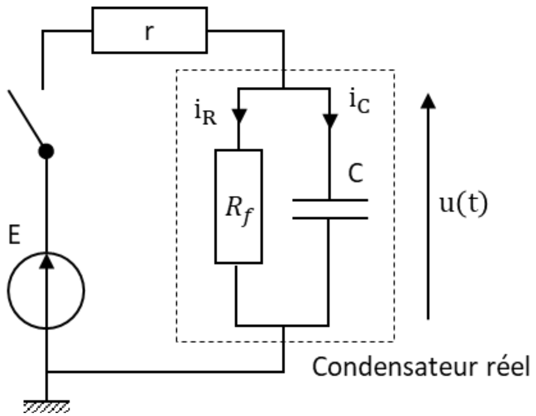
5) Montrer que $s(t)$ est solution de l'équation différentielle :

$$\frac{ds}{dt} + \frac{s(t)}{\tau} = 0 \quad \text{avec :} \quad \tau = \frac{(r+R)L}{rR}$$

Exercice n°5 - Étude d'un condensateur réel ★★☆

Un condensateur réel peut être modélisé par un condensateur parfait en dérivation avec une résistance R_f, appelée résistance de fuite.

On souhaite mesurer expérimentalement la valeur de R_f. Pour cela, on mesure au voltmètre (supposé parfait) la tension aux bornes du condensateur.



1) Quelle relation existe-t-il entre i_R et u, ainsi qu'entre i_C et u ?

Une première méthode consiste à fermer l'interrupteur et attendre un temps suffisamment long pour que le circuit atteigne un régime stationnaire.

2) Déterminer le circuit équivalent dans ce régime stationnaire.

3) À l'aide d'un pont diviseur de tension, montrer que :

$$u = \frac{R_f}{R_f + r} E$$

En pratique, $R_f \gg r$. Il n'est donc pas possible de déterminer R_f avec cette méthode.

Une deuxième méthode consiste alors à ouvrir l'interrupteur (le régime stationnaire précédent est établi). On constate que la tension $u(t)$ chute de 10 % en un temps T.

4) Établir l'équation différentielle vérifiée par $u(t)$ lorsque l'interrupteur est ouvert. La résoudre.

5) Exprimer R_f en fonction de T.

Exercice n°6 - Circuits du premier ordre à 2 mailles ★★★

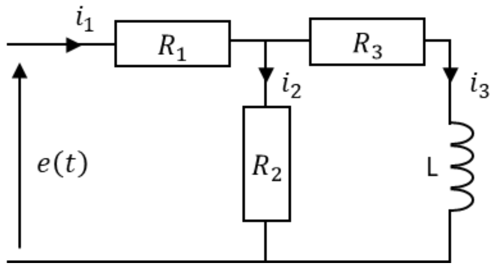
La tension $e(t)$ est un échelon variant de 0 à E à $t = 0$. On admet que pour $t < 0$, aucun courant ne circule dans le circuit.

1) Quel est l'état d'équilibre final du système ?

2) Déterminer les évolutions temporelles des intensités des courants $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$. On pourra poser $R_0 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ et $\tau = \frac{L}{R_0 + R_3}$.

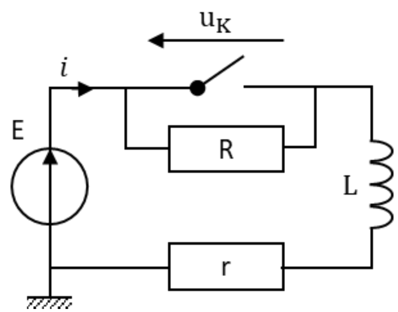
3) Tracer l'allure des courbes représentatives de $i_1(t)$, $i_2(t)$ et $i_3(t)$ dans le cas où $R_1 = R_2 = R_3 = R$.

4) Déterminer l'énergie emmagasinée dans la bobine à l'issue de la charge.



Exercice n°7 - Étincelle de rupture ★★☆

On considère le circuit ci-dessous. Initialement l'interrupteur est fermé et on considère le régime permanent atteint. Dans ce régime initial, la résistance R est court-circuitée et ne joue donc aucun rôle. À $t = 0$, on ouvre l'interrupteur.



1) Quelle est la valeur $i_0 = i(0^-)$ dans la phase initiale avec l'interrupteur fermé ? En déduire l'intensité $i(0^+)$ juste après l'ouverture de l'interrupteur.

2) On se place en $t > 0$. Simplifier le circuit en faisant apparaitre une résistance équivalente R_{eq} que l'on exprimera en fonction de R et r.

3) Établir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$. Faire apparaitre une constante de temps τ à exprimer en fonction de R_{eq} et L.

4) Résoudre cette équation différentielle.

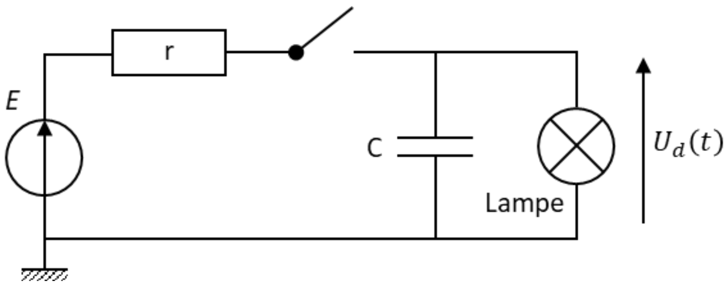
5) Déterminer puis tracer la tension $u_K(t)$ aux bornes de l'interrupteur. Calculer $u_K(0^+)$. Que vaut cette tension dans la limite où $R \gg r$?

6) Faire l'application numérique. On donne : $L = 3\ mH$, $r = 3\ \Omega$, $E = 12\ V$ et $R = 10\ k\Omega$. Commenter. Quel phénomène observe-t-on en pratique ?

Exercice n°8 - Lampe à décharge ★★★

Une lampe à décharge, dont la tension entre ses bornes est notée $U_d(t)$, possède les caractéristiques suivantes :

- Si la lampe est éteinte, elle se comporte comme une résistance infinie et reste éteinte tant que $|U_d(t)| < U_a$, où U_a est appelée tension d'allumage.
- Si la lampe est allumée, elle se comporte comme une résistance de valeur R_d et reste allumée tant que $|U_d(t)| > U_e$, où U_e est appelée tension d'extinction.



On suppose qu'à $t < 0$, le condensateur est déchargé et l'interrupteur ouvert. À $t = 0$, on ferme ce dernier.

1) Établir l'équation différentielle vérifiée par $U_d(t)$.

2) Donner une condition sur la fem. E pour que la lampe s'allume. Si cette condition est vérifiée, exprimer le temps d'allumage T_a.

3) Quelle équation différentielle vérifie $U_d(t)$ pour $t > T_a$? La résoudre.

4) Sous quelle condition la lampe s'éteint spontanément ? À quel temps T_e cela se produit-il ? Que se passe-t-il ensuite ?

Éléments de réponse

❶ Voir correction. ❷ 1) $u_c(0^+) = E$, $u_R(0^+) = -E$ et $i(0^+) = -\frac{E}{R}$. $i(+\infty) = 0$, $u_R(+\infty) = 0$ et $u_C(+\infty) = 0$. 2) $\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{RC} = 0$ et $u_c(t) = E\ e^{-t/\tau}$. 3) $= Ri^2 + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{1}{2}Cu_c^2\right)$. ❸ 1) $i_1(0^+) = 0$ et $i_2(0^+) = i(0^+) = \frac{E}{R}$. 2) $i_1(\mathrm{T}^+) = 0$ et $i_2(\mathrm{T}^+) = i(\mathrm{T}^+) = -\frac{E}{R}$. Enfin, $i(+\infty) = i_1(+\infty) = i_2(+\infty) = 0$. ❹ 1) $s = \mathrm{R}i_R = L\frac{di_L}{dt}$. 2) $i_R(0^-) = i_r(0^-) = i_L(0^-) = 0$. 3) $i_L(0^+) = 0$ et $i_r(0^+) = i_R(0^+) = \frac{\mathrm{E}}{r+R}$. 4) $i_R(+\infty) = 0$ et $i_r(+\infty) = i_L(+\infty) = \frac{E}{r}$. ❺ 1) $u = R_f i_R$ et $i_C = C\frac{du}{dt}$. 4) $\frac{du}{dt} + \frac{u}{R_f C} = 0$ et $u(t) = E\frac{R_f}{r+R_f}\ e^{-t/R_f C}$. 5) $T = R_f C \ln\left(\frac{10}{9}\right)$. ❻ 1) $R_{eq} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2+R_3}$, $i_1(+\infty) = \frac{E}{R_{eq}}$, $i_2(+\infty) = \frac{\mathrm{R}_3}{R_2+R_3} i_1(+\infty)$ et $i_3(+\infty) = \frac{\mathrm{R}_2}{R_2+R_3} i_1(+\infty)$. 2) $i_3(t) = \frac{R_0}{R_1(R_0+R_3)}\ E \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$, $i_2(t) = \frac{R_0^2}{R_1 R_2 (R_0+R_3)} E \cdot e^{-t/\tau} + \frac{R_0 R_3}{R_1 R_2 (R_0+R_3)}\ E$ et $i_1(t) = i_2(t) + i_3(t)$. 3) $i_3(t) = \frac{E}{3R} \cdot \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$, $i_2(t) = \frac{E}{3R} \cdot \left(1 + \frac{1}{2}e^{-t/\tau}\right)$ et $i_1(t) = \frac{E}{3R} \cdot \left(2 - \frac{1}{2}e^{-t/\tau}\right)$. 4) $\mathcal{E}_{mag} = \frac{1}{2}L[i_3(+\infty)]^2$. ❼ 1) $i(0^-) = i(0^+) = \frac{E}{r}$. 2) $R_{eq} = R + r$. 3) $\frac{di}{dt} + \frac{i}{\tau} = \frac{E}{L}$ avec $\tau = \frac{L}{R_{eq}}$. 4) $i(t) = \frac{E}{R_{eq}}\left[1 + \frac{R}{r}\ \mathrm{e}^{-t/\tau}\right]$. 5) $u_K(t < 0) = 0$ et $u_K(t > 0) = E\frac{R}{R_{eq}}\left[1 + \frac{R}{r}\mathrm{e}^{-t/\tau}\right]$. 6) $u_K(0^+) = 40\ \mathrm{kV}$. ❽ 1) $\frac{dU_d}{dt} + \frac{U_d}{\tau_1} = \frac{E}{\tau_1}$ avec $\tau_1 = rC$. 2) $T_a = \tau_1 \cdot \ln\left(\frac{E}{E-U_a}\right)$. 3) $\frac{dU_d}{dt} + \frac{U_d}{\tau_2} = \frac{E}{\tau_1}$ avec $\tau_2 = \frac{rC}{1+\frac{r}{R_d}}$. 4) $T_e = \tau_2 \cdot \ln\left(\frac{U_a - \frac{\tau_2}{\tau_1}E}{U_e - \frac{\tau_2}{\tau_1}E}\right)$.