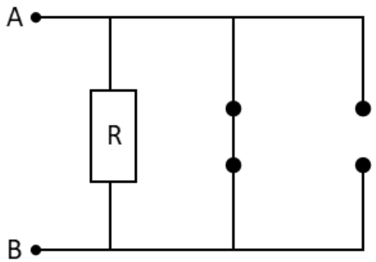
Exercice n°1 - Impédance équivalente ★☆☆

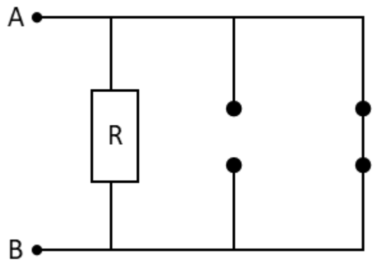
1)

BF



$\underline{Z_{eq}} = 0$

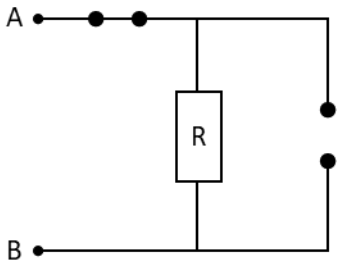
HF



$\underline{Z_{eq}} = 0$

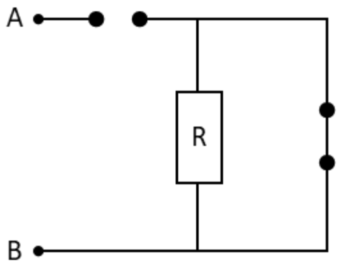
2)

BF



$\underline{Z_{eq}} = R$

HF

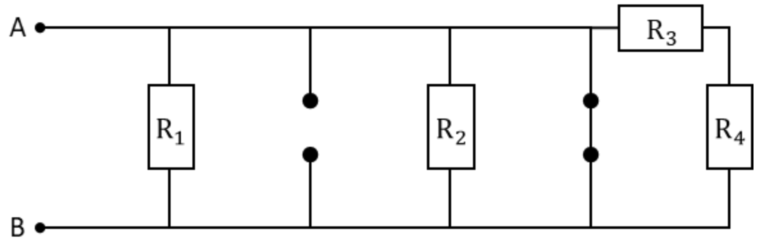


$\underline{Z_{eq}} = +\infty$

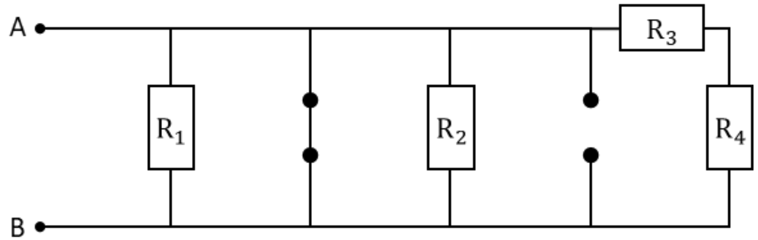
3)

Dans les deux cas, $\underline{Z_{eq}} = 0$.

BF



HF



Exercice n°2 - Circuit $(\mathrm{RL}) \parallel (\mathrm{RC})$ ★★☆

1) On pose :

$$\boxed{\underline{Z_1} = R + j\omega L} \quad \text{et} \quad \boxed{\underline{Z_2} = R + \frac{1}{j\omega C}}$$

L'impédance équivalente vaut :

$$\boxed{\underline{Y_{eq}} = \underline{Y_1} + \underline{Y_2} = \frac{1}{\underline{Z_1}} + \frac{1}{\underline{Z_2}}}$$

L'impédance équivalente vaut :

$$\boxed{\underline{Z_{eq}} = \frac{1}{\underline{Y_{eq}}} = \left(\frac{1}{\underline{Z_1}} + \frac{1}{\underline{Z_2}}\right)^{-1}}$$

2) On utilise des ponts diviseur de courant :

$$\boxed{\underline{i_1} = \frac{\underline{Z_2}}{\underline{Z_1} + \underline{Z_2}}\,\underline{i_0}} \quad \text{et} \quad \boxed{\underline{i_2} = \frac{\underline{Z_1}}{\underline{Z_1} + \underline{Z_2}}\,\underline{i_0}}$$

3) Les deux signaux sont en quadrature de phase lorsque le rapport $\underline{i_2}/\underline{i_1}$ est un imaginaire pur. En effet :

$$\underline{i_1} = I_{m1}\, e^{j\phi_1} \quad \text{et} \quad \underline{i_2} = I_{m2}\, e^{j\left(\phi_1 \pm \frac{\pi}{2}\right)} \quad \Rightarrow \quad \frac{\underline{i_2}}{\underline{i_1}} = \frac{I_{m2}}{I_{m1}}\, e^{\pm j\frac{\pi}{2}}$$

Or, on a :

$$\frac{\underline{i_2}}{\underline{i_1}} = \frac{\underline{Z_1}}{\underline{Z_2}} = \frac{R + j\omega L}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{(R + j\omega L)\left(R - \frac{1}{j\omega C}\right)}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

Ce rapport est un imaginaire pur lorsque sa partie réelle est nulle. Ainsi,

$$R^2 - \frac{L}{C} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{R^2 C}{L} = 1}$$

4) On a :

$$I_{m1} = I_{m2} \quad \Rightarrow \quad R^2 + (\omega L)^2 = R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2$$

$$\Rightarrow \quad \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\omega^2 LC = 1}$$

Exercice n°3 - Filtre de Wien ★★☆

1) En BF, $\underline{Z_C} \to 0$. Le condensateur de droite est équivalent à un fil : $\boxed{u_{BF} = 0}$.

En HF, $\underline{Z_C} \to \infty$. Le condensateur du haut est équivalent à un circuit ouvert, le courant ne circule donc pas dans les résistances : $\boxed{u_{HF} = 0}$.

2) Oui car H passe par un maximum.

3) On peut lire : $\boxed{\omega_{res} = 10\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}}$.

À la résonnance :

$$H_{max} = 0{,}33 = \frac{U_{m,max}}{E_m}$$

Les pulsations de coupure sont les pulsations tel que : $H = H_{max}/\sqrt{2} = 0{,}233$. On trouve : $\boxed{\omega_{c1} = 35\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}}$ et $\boxed{\omega_{c2} = 3\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}}$.

Ainsi, par définition, la bande passante vaut : $\boxed{\Delta\omega = \omega_{c1} - \omega_{c2} = 32\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}}$.

4) On utilise un pont diviseur de tension :

$$\underline{u} = \underline{e}\, \frac{\left(\underline{Z_R} \parallel \underline{Z_C}\right)}{\underline{Z_R} + \underline{Z_C} + \left(\underline{Z_R} \parallel \underline{Z_C}\right)}$$

Or,

$$\underline{Z_R} \parallel \underline{Z_C} = \left(\frac{1}{R} + j\omega C\right)^{-1} = \frac{R}{1 + j\omega RC}$$

Ainsi,

$$\underline{H} = \frac{1}{(1 + j\omega RC)\left(1 + \frac{1}{j\omega RC} + \frac{1}{1 + j\omega RC}\right)}$$

$$= \frac{1}{1 + j\omega RC + 1 + \frac{1}{j\omega RC} + 1}$$

$$= \boxed{\frac{1}{3 + j\left(x - \frac{1}{x}\right)}}$$

Avec :

$$\boxed{x = \omega RC}$$

5) La résonance a lieu pour :

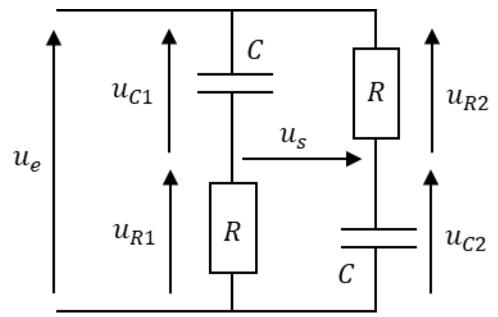
$$\omega_{res} = \frac{1}{RC}$$

On en déduit :

$$\boxed{RC = 0{,}1\ \mathrm{s}}$$

Exercice n°4 - Déphaseur RC ★★☆

1) Commençons par redessiner le circuit et légender toutes les tensions.



On est en RSF. On a : $u_e(t) = U_e\cos(\omega t)$ et $u_s(t) = U_s\cos(\omega t + \phi)$. On cherche à déterminer U_s et ϕ.

On passe en notation complexe. On pose : $\underline{u_e} = U_e\, e^{j\omega t}$ et $\underline{u_s} = \underline{U_s}\, e^{j\omega t}$ avec $\underline{U_s} = U_s\, e^{j\phi}$. On cherche ainsi à déterminer le complexe $\underline{U_s}$.

Pont diviseur de tension sur u_{R1} :

$$\underline{u_{R1}} = \frac{R}{R + 1/j\omega C}\,\underline{u_e} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}\,\underline{u_e}$$

Pont diviseur de tension sur u_{C2} :

$$\underline{u_{C2}} = \frac{1/j\omega C}{R + 1/j\omega C}\,\underline{u_e} = \frac{1}{1 + j\omega RC}\,\underline{u_e}$$

Par additivité des tensions :

$$\underline{u_s} = -\underline{u_{R1}} + \underline{u_{C2}} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + j\omega RC}\,\underline{u_e}$$

Ainsi, par simplification par $e^{j\omega t}$ on obtient :

$$\boxed{\underline{U_s} = \frac{1 - j\omega RC}{1 + j\omega RC} \cdot U_e}$$

<u>Module</u> :

$$U_s = \left|\underline{U_s}\right| = \frac{|1 - j\omega RC|}{|1 + j\omega RC|} \cdot U_e = U_e$$

<u>Argument</u> :

$$\phi = \arg\left(\underline{U_s}\right) = \arg(1 - j\omega RC) - \arg(1 + j\omega RC) = -2 \cdot \arg(1 + j\omega RC)$$

Ainsi,

$$\boxed{\phi = 2\arctan(\omega RC)}$$

On en déduit l'expression de $u_s(t)$:

$$\boxed{u_s(t) = U_e\cos(\omega t - 2\arctan(\omega RC))}$$

2) Le réglage de R (ou de C) permet ainsi de déphaser arbitrairement un signal entre 0 et $-\pi$ sans modifier son amplitude. On a réalisé un circuit déphaseur.