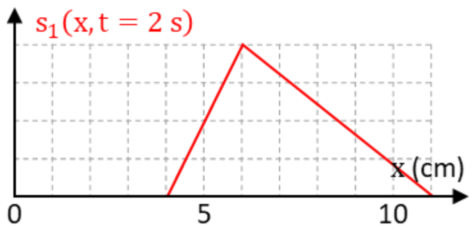
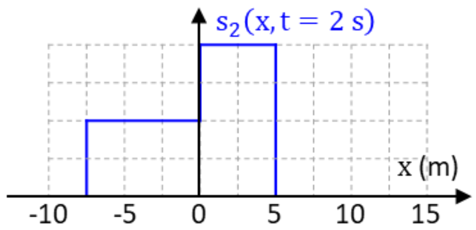
Signaux | Chapitre 1 | Correction TD (S1)

Exercice n°1 - Représentations temporelle et spatiale d'une OP ★☆☆

1) Profil spatial des signaux à $t = 2$ s :

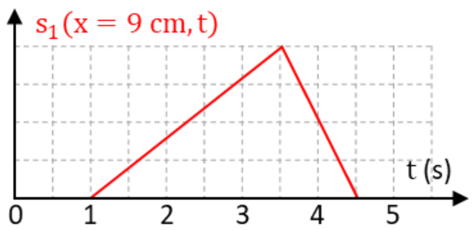


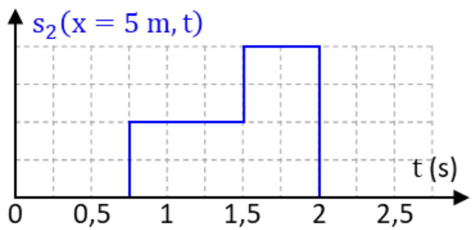


2) Temps d'arrivée du signal au niveau du capteur :

$$t_1 = \frac{d_{capteur}}{c} = \frac{2}{2} = \boxed{1\text{ s}} \qquad t_2 = \frac{d_{capteur}}{c} = \frac{7{,}5}{10} = \boxed{0{,}75\text{ s}}$$

3) Profil temporel des signaux au niveau des capteurs :





Exercice n°2 - Ondes acoustiques et électromagnétiques ★☆☆

1) On rappelle l'ordre de grandeur de la célérité de la lumière dans le vide $c = 3{,}0 \cdot 10^8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Couleur	λ	$f = c/\lambda$	$\omega = 2\pi f$
Violet	400 nm	$7{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz	$47 \cdot 10^{14}$ rad·s^{-1}
Rouge	750 nm	$4{,}0 \cdot 10^{14}$ Hz	$25 \cdot 10^{14}$ rad·s^{-1}

2) On rappelle l'ordre de grandeur de la célérité du son dans l'air $c_{air} = 340$ m·s^{-1} et dans l'eau $c_{eau} = 1500$ m·s^{-1}.

Son	f (Hz)	ω (rad·s^{-1})	λ_{air} (m)	λ_{eau} (m)
Limite infrason	20	126	17	75
Limite ultrason	$20 \cdot 10^3$	$126 \cdot 10^3$	0,017	0,075

3) Il s'agit d'ondes radio. Les longueurs d'onde sont comprises entre 6 cm et 12,5 cm.

Exercice n°3 - Lecture d'un oscillogramme ★☆☆

1) Lecture graphique :

Signal	Amplitude s_m	Val. moy. $\langle s \rangle$	Période T	Fréquence $f = 1/T$	Pulsation $\omega = 2\pi/T$
1	1 V	500 mV	380 µs	2,63 kHz	$16{,}5 \cdot 10^3$ rad·s^{-1}
2	~ 680 mV	200 mV	380 µs	2,63 kHz	$16{,}5 \cdot 10^3$ rad·s^{-1}

2) Le signal 1 est en avance sur le signal 2 car il atteint sa valeur maximale avant.

3) La différence de temps entre le maximum des deux signaux :

$$\Delta\tau = 100\ \mu\text{s} = \frac{\Delta\varphi}{\omega} \quad \Rightarrow \quad \Delta\varphi = \omega\, \Delta\tau = 1{,}65\text{ rad} = 95\ °$$

Remarque : le signal **1** est maximum au moment où le **2** passe par sa valeur moyenne. Cela signifie que les deux signaux sont en quadrature de phase, ce qui est cohérent avec le résultat trouvé, soit $\Delta\varphi = 90\ °$ (si l'on tient compte de la précision de la lecture de $\Delta\tau$).

Exercice n°4 - Ondes progressives harmoniques ★★☆

1) La vitesse de phase vaut :

$$\boxed{c_1 = \frac{2{,}4 \cdot 10^3\, \pi}{7{,}0\, \pi} = 340\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

2) L'onde a pour équation (signe ⊖ car propagation selon les x croissants) :

$$\boxed{s_2(x, t) = s_0 \cos\left(\frac{2\pi\, t}{T} - kx\right)}$$

On en déduit l'allure du signal reçu en $x = \lambda/4$.

$$s_2\left(x=\frac{\lambda}{4},t\right)=s_0\cos\left(\frac{2\pi t}{T}-\frac{k\lambda}{4}\right)=s_0\cos\left(\frac{2\pi t}{T}-\frac{2\pi}{4}\right)=\boxed{s_0\sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right)}$$

3) L'onde se réfléchit en $x=L$. Elle a pour expression :

$$s_{2r}(x,t)=s_0\cos\left(\frac{2\pi t}{T}+kx+\phi\right)$$

D'après ce qu'indique l'énoncé, l'onde résultante en $x=L$ vaut :

$$s_{tot}(L,t)=s_2(L,t)+s_{2r}(L,t)=0$$

Ainsi,

$$s_0\cos\left(\frac{2\pi t}{T}-kL\right)+s_0\cos\left(\frac{2\pi t}{T}+kL+\phi\right)=0 \quad\Rightarrow\quad \boxed{\phi=-2kL+\pi}$$

On en déduit :

$$\boxed{s_{2r}(x,t)=-s_0\cos\left(\frac{2\pi t}{T}+kx-2kL\right)}$$

4) L'onde a pour équation (signe $\oplus$ car propagation selon les x décroissants) :

$$\boxed{s_3(x,t)=s_0\cos\left(\omega t+\frac{2\pi x}{\lambda}\right)}$$

On en déduit l'allure du signal reçu en $t=T/4$.

$$s_3\left(x,t=\frac{T}{4}\right)=s_0\cos\left(\frac{\omega T}{4}+\frac{2\pi x}{\lambda}\right)=s_0\cos\left(\frac{2\pi}{4}+\frac{2\pi x}{\lambda}\right)=\boxed{-s_0\sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)}$$

Exercice n°5 - Retard dû à la propagation ★★☆

1) L'OPH qui se propage est de la forme :

$$s(t)=s_0\cos(\omega t-kx)$$

L'onde reçue en x est en phase avec l'onde émise en $x=0$ si les deux phases diffèrent d'un multiple entier de 2π.

$$\underbrace{\omega t}_{x=0}-\underbrace{(\omega t-kx)}_{x\text{ quelconque}}=p\cdot 2\pi$$

Ainsi,

$$x=\frac{2\pi p}{k}\quad\Leftrightarrow\quad\boxed{x=p\lambda}$$

2) En opposition de phase, les deux signaux sont déphasés de π (modulo 2π).

$$\omega t-(\omega t-kx)=p\cdot 2\pi+\pi$$

Ainsi,

$$x=\frac{2\pi\left(p+\frac{1}{2}\right)}{k}\quad\Leftrightarrow\quad\boxed{x=\lambda\left(p+\frac{1}{2}\right)}$$