Signaux | Chapitre 2| TD (S2)

Exercice n°1 - Représentation complexe ★★☆

On considère les signaux suivants :

$$s_1(t) = \cos(\omega t) \qquad s_2(t) = \sin(\omega t) \qquad s_3(t) = 2\cos\left(\omega t + \frac{3\pi}{4}\right)$$

On note :

$$s_{12}(t) = s_1(t) + s_2(t)$$

1) Représenter dans le plan complexe les amplitudes complexe $\underline{A_1}$, $\underline{A_2}$ et $\underline{A_3}$ associées aux signaux $s_1(t)$, $s_2(t)$ et $s_3(t)$.

2) Déterminer graphiquement quels signaux sont en quadrature de phase.

3) Construire graphiquement l'amplitude complexe $\underline{A_{12}}$ associée au signal $s_{12}(t)$.

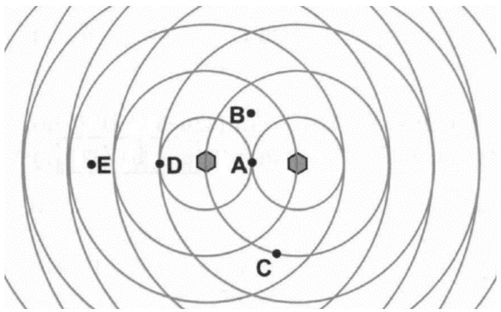
4) Déterminer graphiquement l'amplitude et la phase de $s_{12}(t)$. Le vérifier par le calcul.

5) La superposition des signaux $s_{12}(t)$ et $s_3(t)$ conduit-elle a des interférences constructives ou destructives ?

Exercice n°2 - Nature de l'interférence ★☆☆

On considère deux pointes qui frappent en même temps et à intervalles réguliers la surface de l'eau, générant deux ondes qui interfèrent.

Sur la figure ci-contre, chaque cercle représente un front d'onde correspondant à une crête (maximum d'amplitude d'une des deux sources).

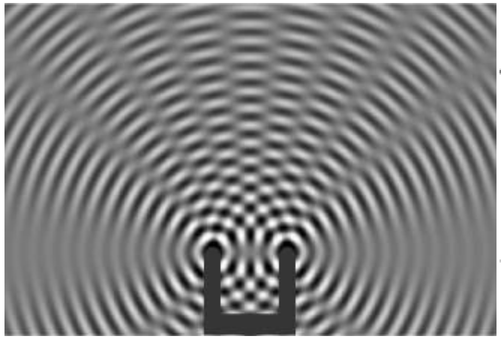


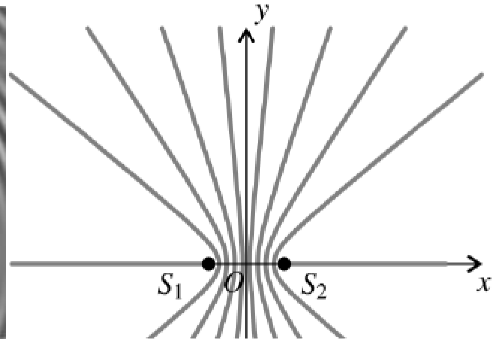
Déterminer la nature des interférences, constructives ou destructives, aux points A, B, C, D, et E.

Exercice n°3 - Interférences dans une cuve à ondes ★★☆

Dans une cuve à onde, deux pointes distantes de a frappent en même temps et à intervalles réguliers la surface de l'eau, générant deux ondes qui interfèrent.

La figure de droite est une représentation schématique du dispositif de gauche.





Sur la figure de gauche, le blanc représente là où la surface de l'eau est convexe (sommet des vagues) et noire là où elle est concave (creux des vagues). L'amplitude d'oscillation est plus faible là où la figure est moins contrastée.

On suppose pour simplifier que des ondes sinusoïdales partent des points S_1 et S_2 où les pointes frappent la surface.

1) Expliquer pourquoi l'image est bien contrastée au voisinage de l'axe (Oy).

2) En notant λ la longueur d'onde, donner la condition pour que l'interférence en un point M, situé aux distance d_1 et d_2 respectivement de S_1 et S_2, soit destructive. Cette condition fait intervenir un entier p.

Pour chaque entier p, le lieu des points vérifiant cette condition est une courbe que l'on appelle dans la suite ligne de vibration minimale.

Les lignes de vibration minimale sont représentées sur la figure de droite : ce sont des hyperboles.

3) Les parties $x < -a/2$ et $x > a/2$ de l'axe (Ox) sont des lignes de vibration minimale. En déduire un renseignement sur a/λ.

4) En comptant le nombre de lignes de vibration minimale entre S_1 et S_2, déterminer la valeur de a/λ.

Exercice n°4 - Mesure de l'épaisseur d'une lame de verre ★★☆

On considère le dispositif suivant. Une lame de verre à faces parallèles d'indice optique $n = 1{,}500$ et d'épaisseur e est insérée devant l'un des trous d'Young.

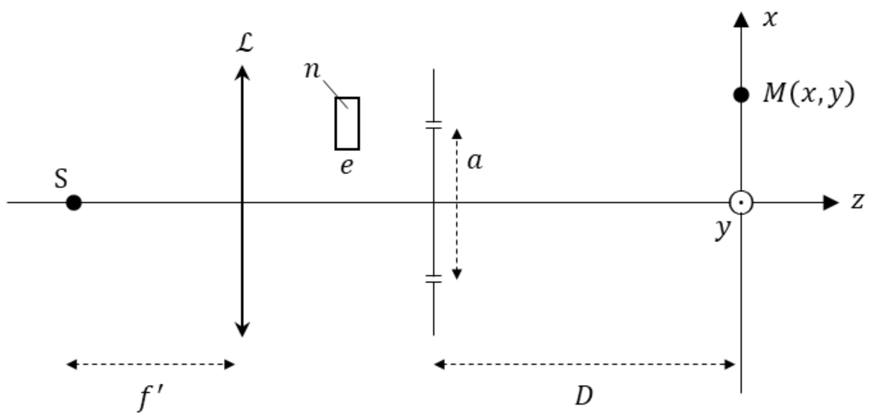
Sur un écran placé loin du dispositif, on observe des franges rectilignes.

Données : $\lambda = 500\ nm$, $a = 2{,}00\ mm$ et $D = 3{,}00\ m$.

1) Tracer les deux rayons issus de S et arrivant au point $M(x, y)$

2) Déterminer la différence de marche entre ces deux rayons.

3) Lorsque l'on enlève la lame, la figure d'interférence se décale de 7 interfranges. En déduire l'épaisseur de la lame de verre.

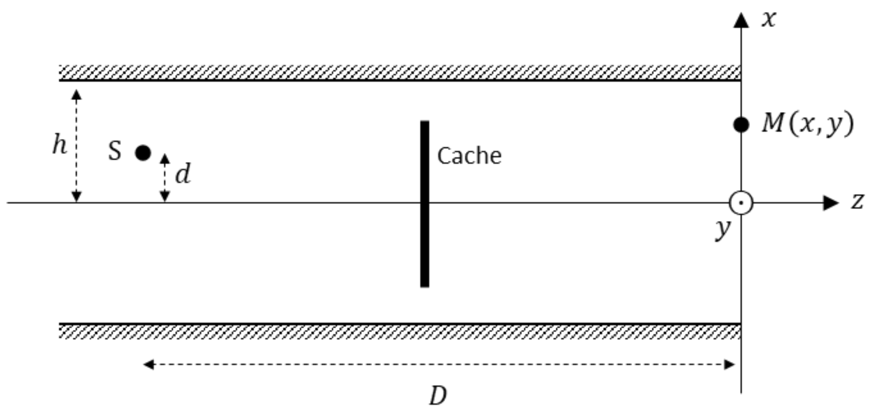


Exercice n°5 - Miroirs parallèles ★★☆

Une source S monochromatique de longueur d'onde λ éclaire deux miroirs plans parallèles entre eux et distants de $2h$. La source n'est pas sur l'axe de symétrie des miroirs.

Un cache est placé entre la source et l'écran, uniquement dans le but d'empêcher la source d'éclairer directement l'écran, mais il ne bloque pas les réflexions. L'écran est placé à une distance D de la source.

Données : $\lambda = 700\ nm$, $h = 2\ mm$, $d = 0{,}8\ mm$, $D = 1\ m$.



1) Montrer que le dispositif est équivalent à celui des fentes d'Young. Déterminer l'emplacement des sources secondaires S_1 et S_2.

2) Contrairement au cours, l'axe (Oz) n'est cette fois pas au centre des deux sources. Déterminer la différence de marche $\delta(M)$ par deux méthodes.

Remarque : une fois la différence de marche obtenue, vérifier que lorsque $d = 0$, on retombe bien sur la formule du cours.

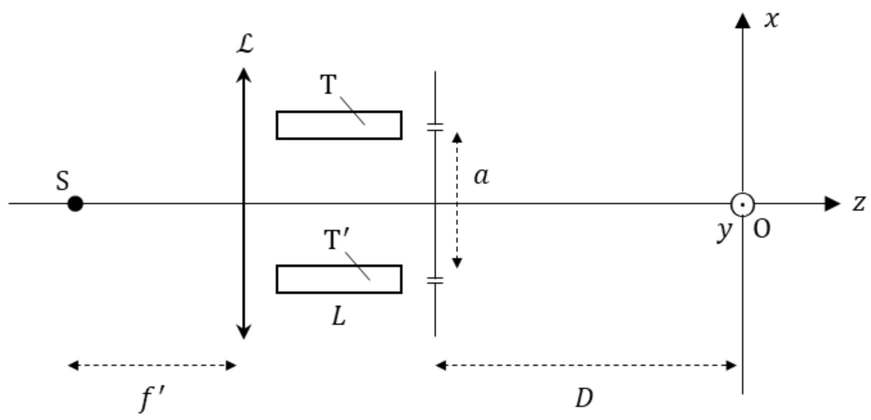
(a) « Méthode brute » : à partir des positions des points S_1, S_2 et M, déterminer la différence de marche entre les deux rayons.

(b) « Méthode maline » : placer un axe (z') parallèle à l'axe (z) mais passant par le centre des deux sources ; exprimer les positions des points S_1, S_2 et M dans ce nouveau repère ; appliquer la formule de la différence de marche vue dans le cours ; faire le changement de variable inverse pour revenir dans le repère initial.

Exercice n°6 - Mesure de l'indice optique de l'air ★★☆

L'interféromètre de Rayleigh est un dérivé du dispositif d'Young. Il possède deux tubes T et T′ de même longueur $L = 0{,}2\ \mathrm{m}$. Une source S monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 577\ nm$ est placée en amont du dispositif.

Initialement, les tubes sont remplis d'air. Le montage est alors symétrique et l'on observe une frange brillante au centre O de l'écran. On fait ensuite progressivement le vide dans le tube T.



1) On observe que les franges se déplace sur l'écran. Dans quel sens se déplacent-elles ?

2) Sur la durée totale de l'expérience, 101 franges brillantes ont défilé au niveau du point O et, à la fin, on observe une frange sombre en O. En déduire l'indice optique de l'air.

Éléments de réponse

❶ 2) s_1 et s_2 sont en quadrature de phase. 4) $S_{12} = \sqrt{2}$. 5) Interférences destructives ❷ A, B, D et E : interférences constructives. C : interférences destructives. ❸ 1) Interférences sont constructives. 2) $\delta = \lambda\left(\mathrm{p} + \frac{1}{2}\right)$. 3) $a = \lambda\left(\mathrm{n} + \frac{1}{2}\right)$. 4) $\frac{\mathrm{a}}{\lambda} = \frac{9}{2}$. ❹ 2) $\delta = \frac{ax}{D} - (\mathrm{n} - 1)e$. 3) $i = \frac{\lambda D}{a}$ et $e = \frac{7\lambda}{n-1} = 7$ µm. ❺ 2) $\delta = \frac{4h}{D}(x + d)$. ❻ 1) Vers le bas. 2) $n = 1 + 101{,}5\frac{\lambda}{L} = 1{,}00029$.