Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.

La calculatrice est autorisée

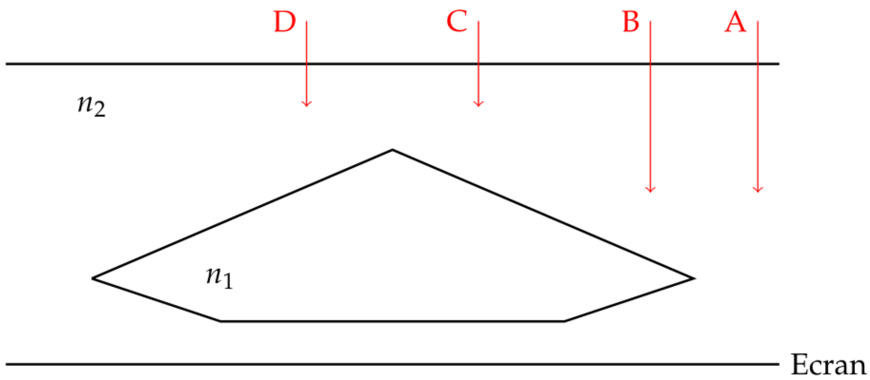
Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

Si au cours de l'épreuve un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

I - Identification de gemmes

I.1 - Réfraction

Un solide transparent d'indice de réfraction n_1 est plongé dans un liquide transparent d'indice de réfraction n_2. Un faisceau lumineux parallèle large en incidence normale vient éclairer le solide et, après la traversée de ce dernier, illumine un écran situé sous le solide.



1) Sur la figure reproduite en annexe 1 (que l'on rendra avec la copie), tracer qualitativement l'allure du prolongement des rayons réfractés issus de A, B, C et D jusqu'à l'écran, dans le cas où l'indice de réfraction n_1 est supérieur à n_2, puis dans le cas où l'indice de réfraction n_1 est inférieur à n_2. On ne tiendra pas compte des rayons réfléchis.

2) En déduire les zones de plus forte et de plus faible intensité lumineuse sur l'écran.

I.2 - Application

Un collectionneur de gemmes possède trois petites pierres transparentes et incolores : une moissanite, un zircon et un verre flint, ainsi qu'un flacon d'iodure de méthylène liquide. Les propriétés physiques de ces quatre substances sont résumées dans le tableau ci-dessous :

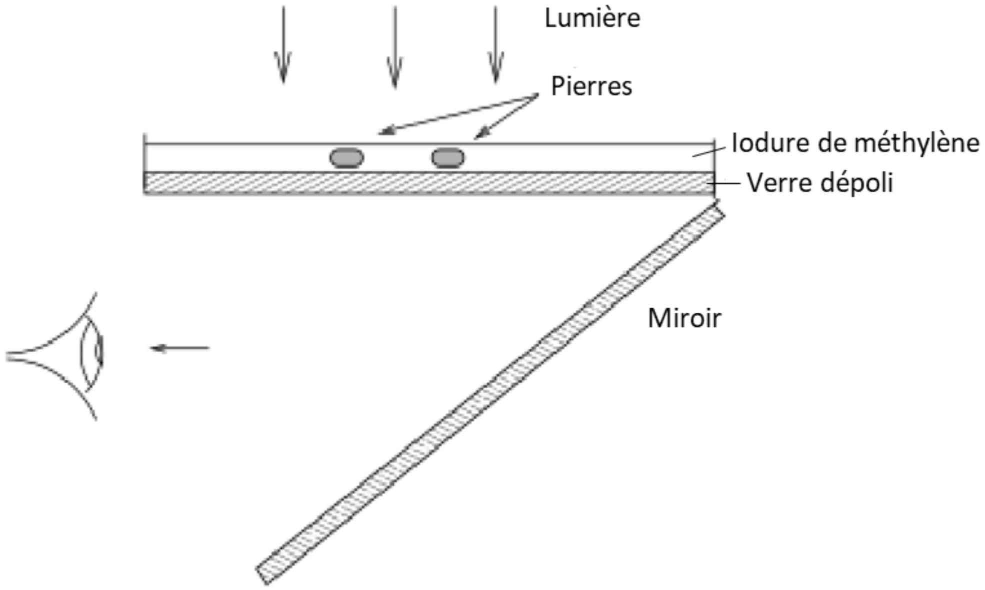
Substance	Masse volumique ($\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$)	Indice de réfraction
Zircon	4690	1,95
Moissanite	3210	2,70
Verre flint	3740	1,64
Iodure de méthylène	3330	1,75

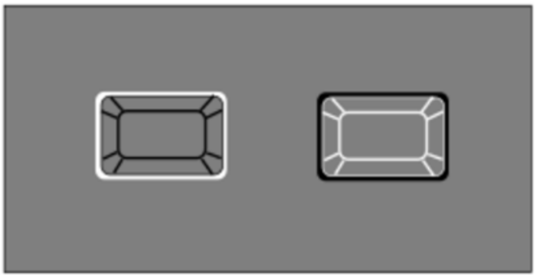
Les trois pierres ont été interverties, si bien que leur propriétaire doit conduire une série d'expériences pour les reconnaître.

3) L'immersion des trois pierres dans l'iodure de méthylène permet de reconnaître immédiatement l'une des trois pierres. Laquelle ?

Les deux pierres restantes sont posées sur un morceau de verre dépoli, recouvertes d'iodure de méthylène, puis éclairées depuis le haut. Un miroir incliné situé sous le verre dépoli permet d'observer le verre dépoli par dessous. La pierre numéro 1 est entourée d'un contour brillant, et ses arêtes paraissent sombres. La pierre numéro 2 est entourée d'un contour sombre, et les arêtes paraissent brillantes.

4) En détaillant votre raisonnement, identifier les pierres numéro 1 et 2.



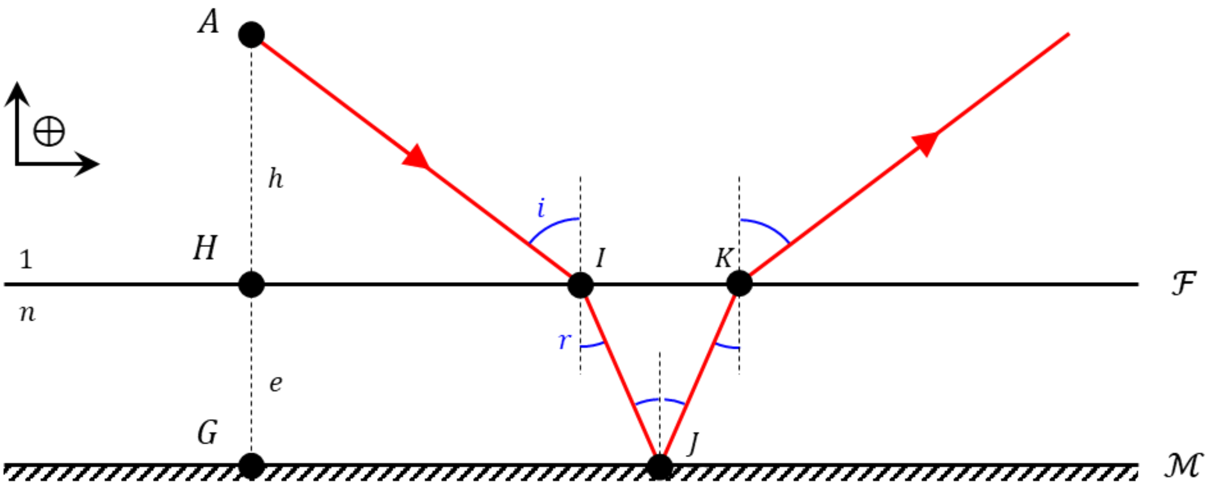


Pierre n°1 : contour clair, arêtes sombres.

Pierre n°2 : contour sombre, arêtes claires.

--- Fin de la partie I ---

II - Miroir domestique



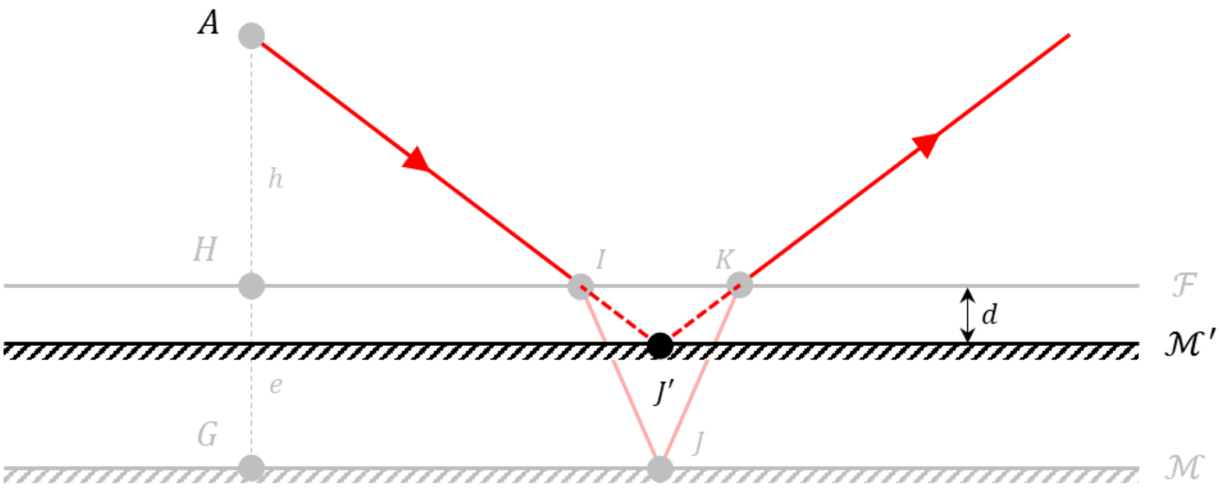
Les miroirs domestiques sont des lames de verre dont la face arrière, recouverte d'un dépôt métallique d'argent, est une surface réfléchissante. On appelle $\mathcal{M}$ le miroir et $\mathcal{F}$ la face supérieure du verre. On note e l'épaisseur de la lame de verre et n son indice optique. L'indice optique de l'air est pris égal à 1.

On considère un point objet A situé à une distance h du miroir qui émet des rayons lumineux en direction du miroir domestique.

5) Compléter le schéma en annexe 2 en indiquant les valeurs des différents angles en J et K.

6) Est-il possible, en choisissant correctement l'angle i et/ou l'indice du verre n, d'obtenir une réflexion totale au point K ?

On remarque (voir schéma ci-dessous) que le même rayon émergent aurait été obtenu si le miroir domestique avait été un miroir pur noté $\mathcal{M}'$ (sans lame de verre) placé à une distance d de $\mathcal{F}$.



7) Déterminer d en fonction de e, i et r.

8) Énoncer les conditions de Gauss. Dans ces conditions, exprimer d en fonction de e et n. Conclure.

On souhaite dans la suite retrouver le résultat de la question 7 à l'aide des formules de conjugaison. On note :

$$A \xrightarrow{\mathcal{F}} A_1 \xrightarrow{\mathcal{M}} A_2 \xrightarrow{\mathcal{F}} A'$$

Autrement dit, A' est l'image de A_2 à travers $\mathcal{F}$, qui est l'image de A_1 à travers $\mathcal{M}$, qui est l'image de A à travers $\mathcal{F}$. Tous ces points se trouvent sur l'axe (AH), où H est le projeté orthogonal de A sur $\mathcal{F}$.

9) Placer, à l'aide d'une construction graphique, les points A_1, A_2 et A' sur le schéma de l'annexe.

10) Déterminer en fonction de i et r, les relations de conjugaison qui relient :

- $\overline{HA}$ et $\overline{HA_1}$;
- $\overline{GA_1}$ et $\overline{GA_2}$;
- $\overline{HA_2}$ et $\overline{HA'}$.

11) En déduire que :

$$\overline{AA'} = 2(h+e)\frac{\tan(r)}{\tan(i)}$$

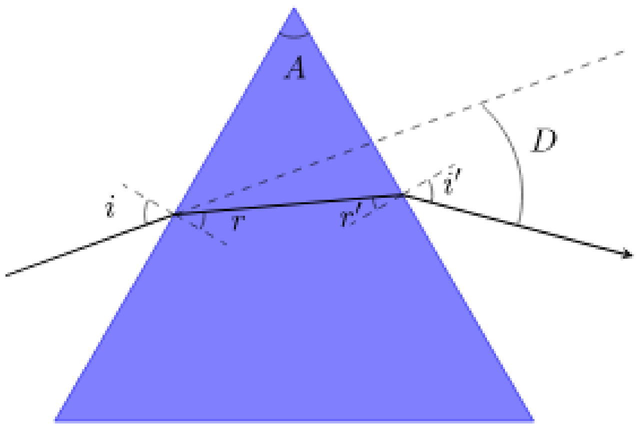
12) Conclure : à quelle distance d de $\mathcal{F}$ faut-il placé $\mathcal{M}'$ pour obtenir le même rayon émergent ?

--- Fin de la partie II ---

III - Étude de la déviation produite par un prisme

III.1 - Déviation

Considérons un prisme droit dont la base est un triangle équilatéral, transparent d'indice de réfraction n. L'indice otique de l'air est pris égal à 1. On note $A = 60\ °$ l'angle du sommet et i l'angle d'incidence du rayon. Les autres notations sont définies sur le schéma ci-contre. On travaille avec des angles non-orientés, donc tous positifs (même pour la déviation D).



13) Déterminer les relations entre :

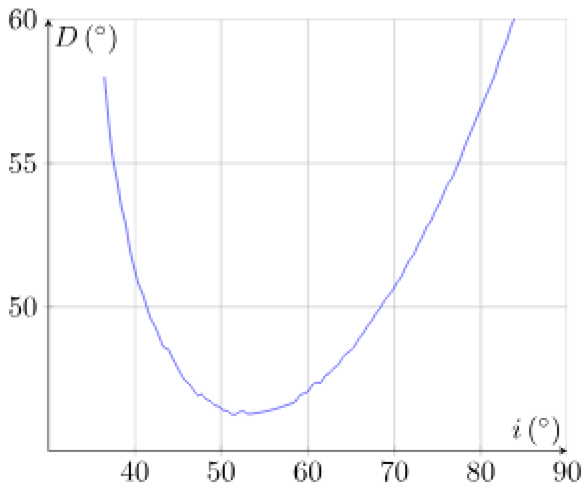
- i et r ;
- i' et r' ;
- A, r et r'

14) En déduire que : $D = i + i' - A$.

III.2 - Minimum de déviation

On donne ci-contre un relevé expérimental de D en degré en fonction de i en degré.

On remarque l'existence d'une déviation minimale notée D_m.



15) Énoncer le principe de retour inverse de la lumière. Justifier, par ce principe, qu'au minimum de déviation, on a nécessairement $i = i'$.

16) En déduire que :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{A + D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

17) Lire graphiquement la valeur de D_m et en déduire n.

III.3 - Réflexion totale

On remarque que la déviation n'existe que si l'angle d'incidence dépasse une valeur minimal noté i_{min}. En particulier, si $i < i_{min}$, on observe une réflexion totale à l'intérieur du prisme.

18) Connaissant la valeur de n (question 17), déterminer numériquement la valeur de i_{min}. Est-ce cohérent avec le graphique ?

III.4 - Loi de Cauchy

Dans le domaine visible, l'indice du prisme suit la loi de Cauchy :

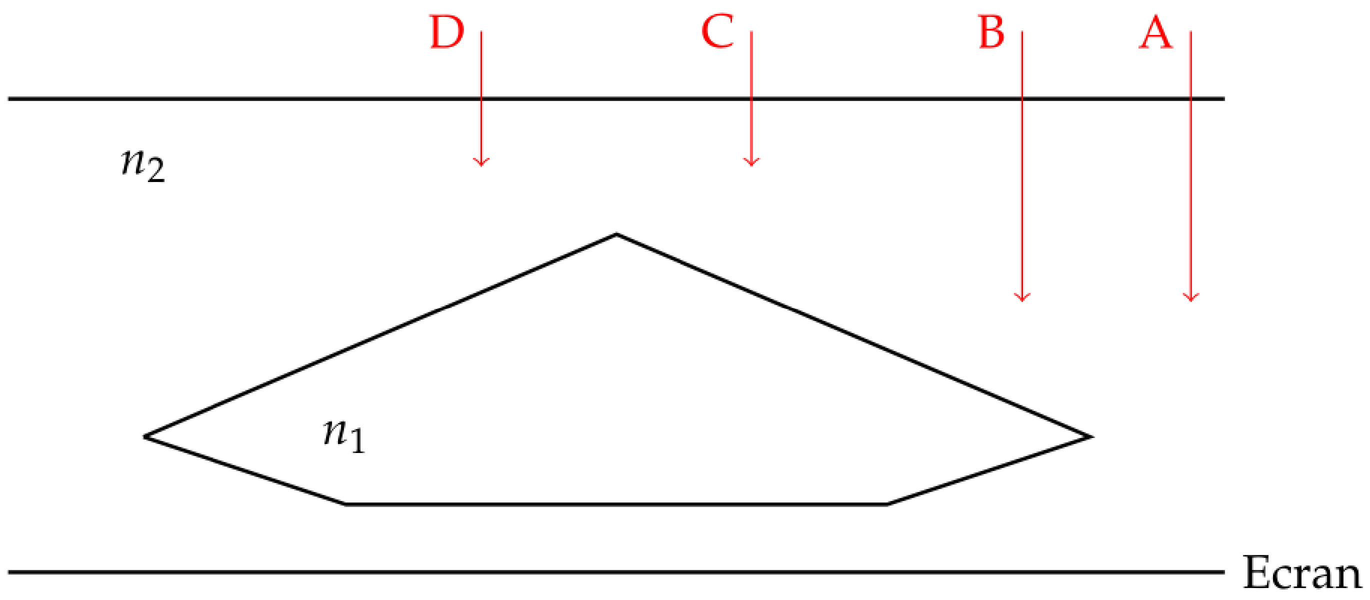
$$n(\lambda) = C_1 + \frac{C_2}{\lambda^2}$$

où C_1 est une constante, C_2 une constante positive et λ la longueur d'onde de la lumière dans le vide.

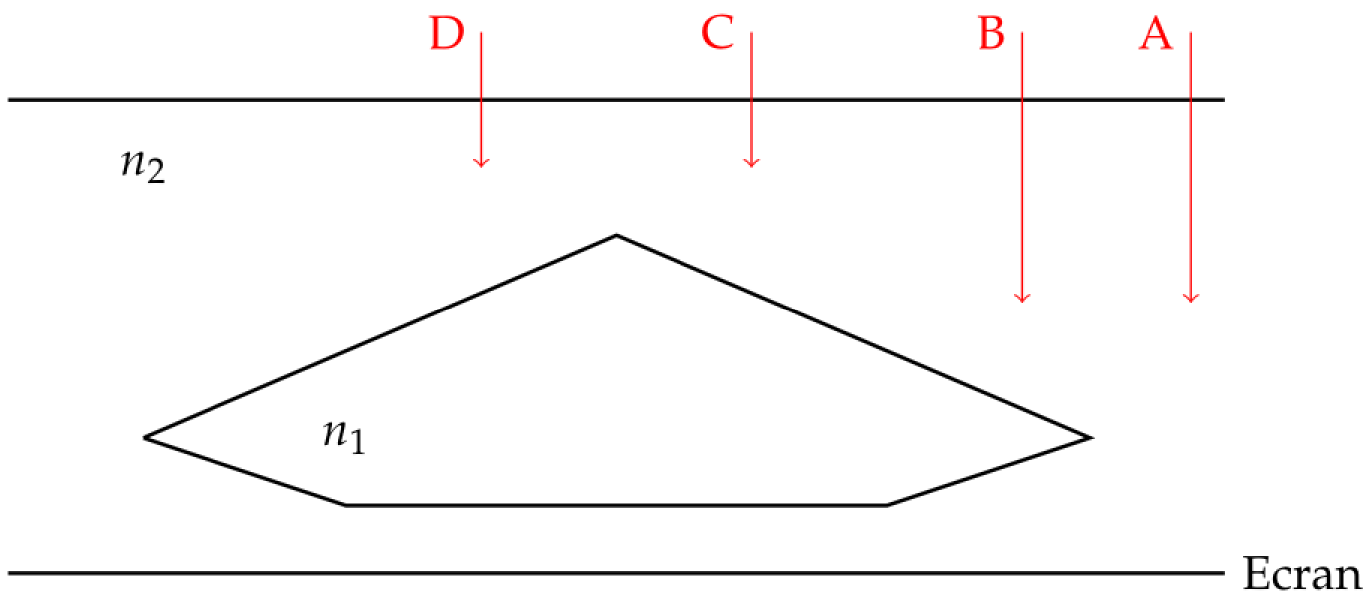
19) Comment qualifie-t-on un tel milieu ?

20) Dessiner ce que l'on observerait expérimentale si on envoi de la lumière blanche sur un tel prisme.

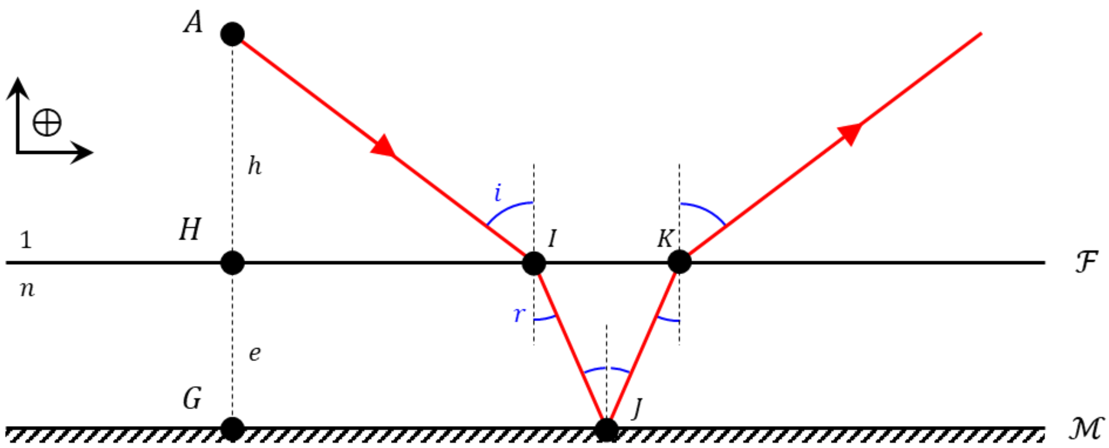
Cas $n_2 < n_1$



Cas $n_2 > n_1$



Annexe 2

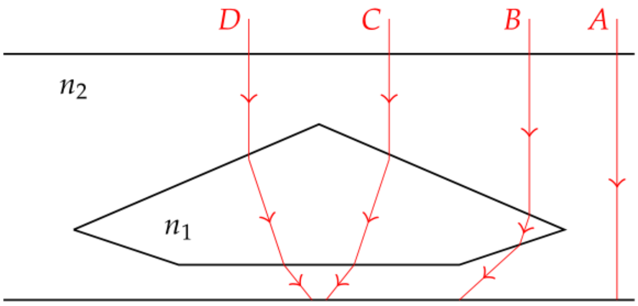


I - Identification de gemmes

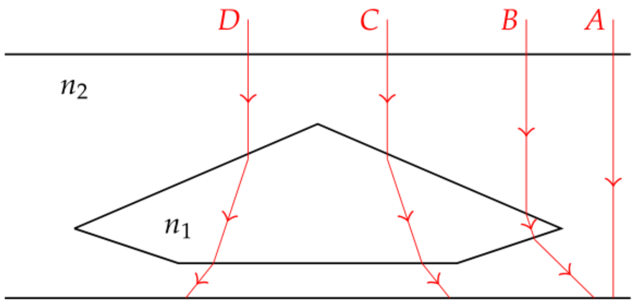
I.1 - Réfraction

1) Lorsque l'on passe d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent, le rayon est dévié vers la normale. Dans le cas contraire, le rayon est dévié vers l'interface. Par conséquent :

Cas $n_2 < n_1$



Cas $n_2 > n_1$



2) Dans le cas $n_2 < n_1$, on observera une zone plus lumineuse sous la pierre et une zone moins lumineuse sur les bords de la pierre.

Dans le cas $n_2 > n_1$, on observera une zone plus lumineuse sur les bords de la pierre et une zone moins lumineuse sous la pierre

I.2 - Application

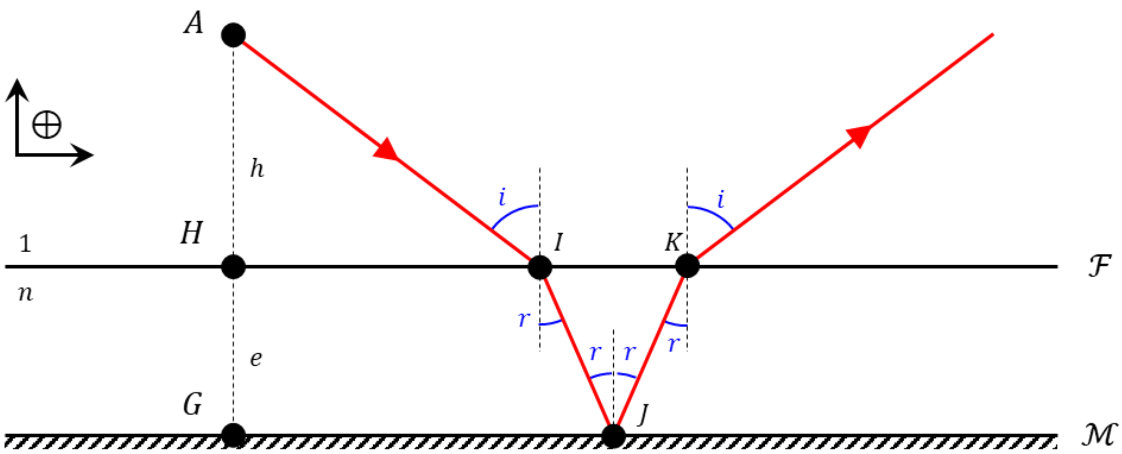
3) La moissanite est la seule pierre moins dense que l'iodure de méthylène, elle va donc flotter.

4) La pierre n°1 possède des contours plus clairs que son centre (nous n'avons pas étudier les arrêtes ici). Nous sommes donc dans le cas $n_2 > n_1$. Il s'agit donc du verre Flint.

À l'inverse, la pierre n°2 possède des contours plus sombres que son centre. Nous sommes donc dans le cas $n_2 < n_1$. Il s'agit donc du zircon.

II - Miroir domestique

5)



6) Plusieurs manières de répondre :

- Non d'après le principe de retour inverse de la lumière.
- Non car l'angle en sortie vaut i, l'angle d'incidence, et qu'il est possible de prendre toute valeur de $i \in [0, 90\,°]$.
- Non car on aura toujours $r \leq r_{lim} = 1/n$.

7) On appelle L le milieu de IK et on note $\delta = IL$. Dans les triangles ILJ et ILJ', on a :

$$\tan(r) = \frac{\delta}{e} \quad \text{et} \quad \tan(i) = \frac{\delta}{d} \quad \Rightarrow \quad \boxed{d = e\,\frac{\tan(r)}{\tan(i)}}$$

Déterminer d en fonction de e, i et r.

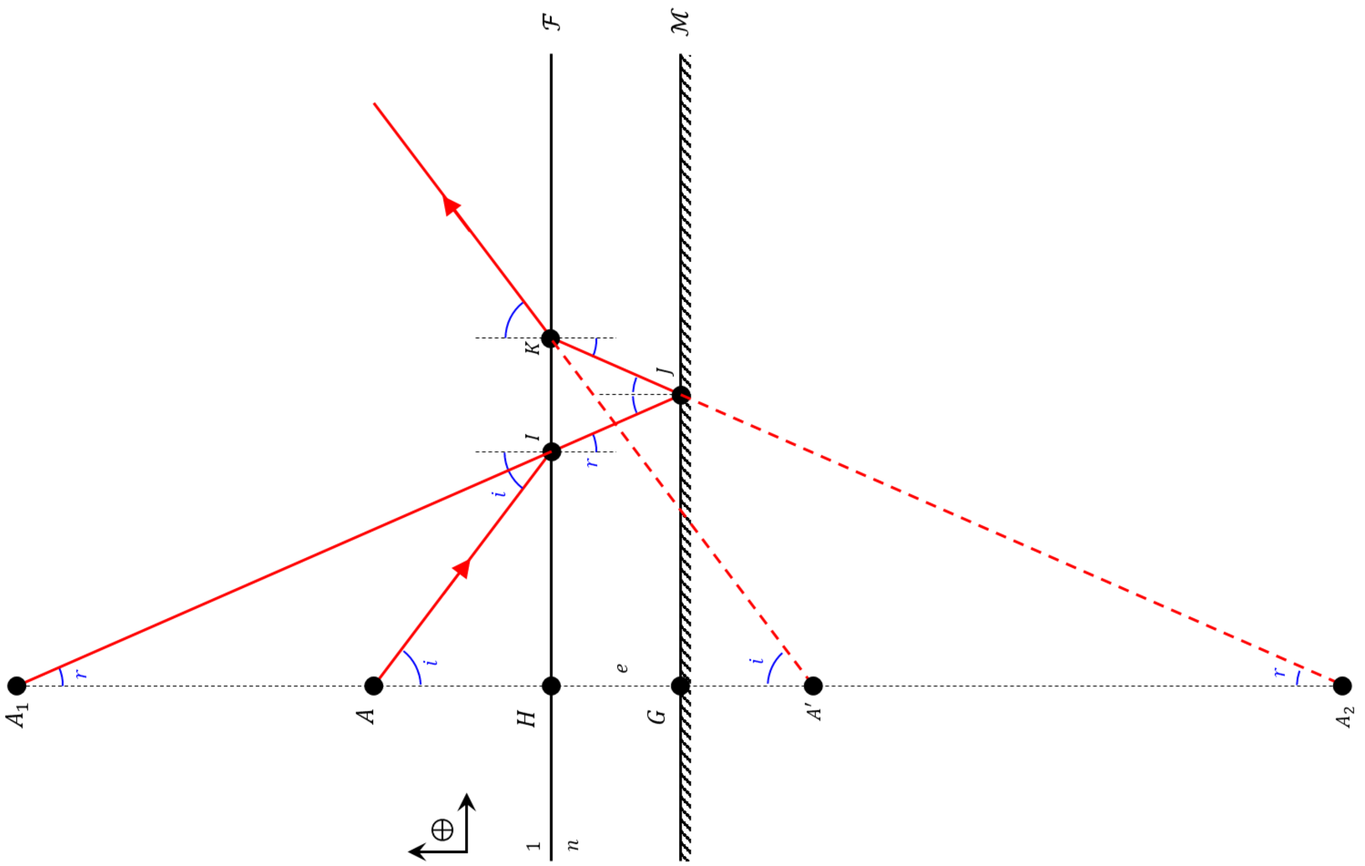
8) Conditions de Gauss : rayons proches de l'axe optique et faisant un angle faible avec l'axe optique.

Dans ces conditions :

$$d = e\,\frac{r}{i} \quad \text{et} \quad i = n\,r \quad \Rightarrow \quad \boxed{d = \frac{e}{n}}$$

Cette distance ne dépend plus de l'angle d'incidence. Le miroir domestique devient donc équivalent à un miroir parfait dans les conditions de Gauss, il devient donc en particulier stigmatique et aplanétique.

9)



10) On a :

$$\tan(i) = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA}} \quad \text{et} \quad \tan(r) = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA_1}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{HA_1} = \overline{HA}\,\frac{\tan(i)}{\tan(r)}}$$

De plus,

$$\tan(r) = \frac{\overline{GJ}}{\overline{GA_1}} = \frac{\overline{GJ}}{-\overline{GA_2}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{GA_2} = -\overline{GA_1}}$$

Enfin,

$$\tan(i) = \frac{\overline{HK}}{-\overline{HA'}} \quad \text{et} \quad \tan(r) = \frac{\overline{HK}}{-\overline{HA_2}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{HA_2} = \overline{HA'}\,\frac{\tan(i)}{\tan(r)}}$$

11) On a :

$$\overline{AA'} = \overline{AH} + \overline{HA'} = \overline{HA_1} = \overline{A_1H}\,\frac{\tan(r)}{\tan(i)} + \overline{HA_2}\,\frac{\tan(r)}{\tan(i)} = \overline{A_1A_2}\,\frac{\tan(r)}{\tan(i)} = 2\,\overline{A_1G}\,\frac{\tan(r)}{\tan(i)} = \boxed{2(h+e)\,\frac{\tan(r)}{\tan(i)}}$$

12) Le miroir $\mathcal{M}'$ doit être au centre de $\overline{AA'}$, c'est-à-dire :

$$\overline{AA'} = 2(h+d) \quad \Rightarrow \quad \boxed{d = e\,\frac{\tan(r)}{\tan(i)}}$$

-- Fin de la partie II --

III - Étude de la déviation produite par un prisme

III.1 - Déviation

13) Loi de Snell-Descartes à l'entrée : $\boxed{\sin(i) = n\sin(r)}$. Loi de Snell-Descartes en sortie : $\boxed{\sin(i') = n\sin(r')}$. Somme de sangles dans un triangle :

$$A + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) = \pi \quad \Rightarrow \quad \boxed{A = r + r'}$$

14) On a :

$$D = i - r + i' - r' = \boxed{i + i' - A}$$

III.2 - Minimum de déviation

15) **Principe du retour inverse de la lumière** : Le trajet de la lumière est indépendant du sens de parcours : si un certain chemin reliant un point A à un point B peut être parcouru par un rayon lumineux, alors un rayon lumineux pourra suivre le même chemin pour aller de B à A.

Dans notre cas, si D est la déviation correspondant à une incidence i, alors D est aussi la déviation correspondant à l'incidence i'. Il existe donc deux angles d'incidence donnant la même déviation. Ainsi, lorsque D atteint son minimum, ces deux angles doivent se confondre (c'est bien ce qui est observer sur la courbe).

16) Au minimum de déviation, on a : $\boxed{i = i'}$ donc $\boxed{r = r' = A/2}$.Ainsi, $D_m = 2i - A$. La loi de Snell-Descartes donne :

$$\boxed{n = \frac{\sin(i)}{\sin(r)} = \frac{\sin\left(\frac{A + D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}}$$

17) On peut lire $D_m \simeq 51 - 53\ °$ ⇒ $\boxed{n \simeq 1{,}5 - 1{,}7}$.

III.3 - Réflexion totale

18) Prenons la valeur moyenne de $n = 1{,}6$. À la limite de la réflexion totale, on a :

$$i' = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad r' = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) = 38{,}7\ ° \quad \Rightarrow \quad r = A - r' = 21{,}3\ ° \quad \Rightarrow \quad \boxed{i_{min} = \arcsin(n\sin(r)) = 34\ °}$$

C'est bien ce que l'on peut lire, *approximativement*, sur la courbe expérimentale.

III.4 - Loi de Cauchy

19) Milieu dispersif.

20) Puisque $C_2 > 0$, $n(\lambda)$ est une fonction décroissante. Donc $\boxed{n_{rouge} < n_{bleu}}$.Donc $\boxed{D_{m,rouge} < D_{m,bleu}}$.Donc $\boxed{D_{rouge} < D_{bleu}}$. Le rouge est donc moins dévié que le bleu. On observe :