

Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.

La calculatrice est autorisée

Toute application numérique ne comportant pas d'unité ne donnera pas lieu à attribution de points.

Si au cours de l'épreuve un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

I - Une brève histoire de la photographie

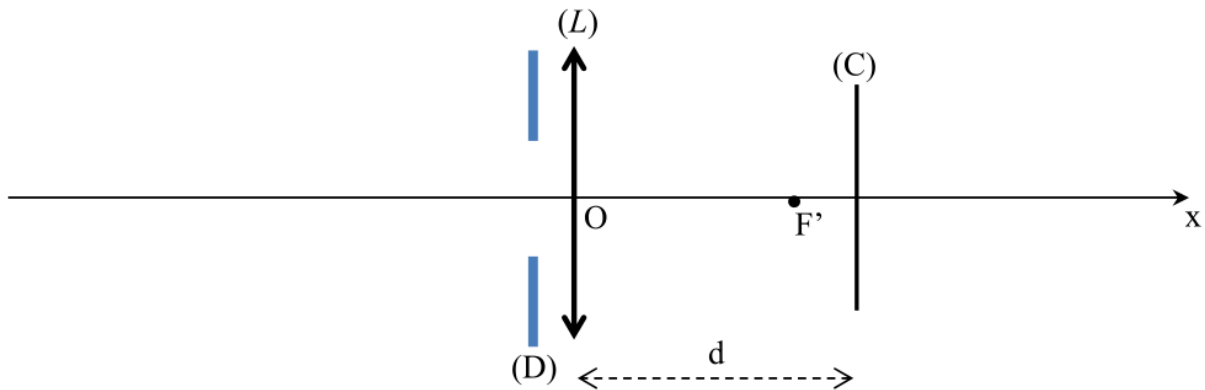
Les images sont omniprésentes dans l'environnement et il peut sembler qu'elles l'ont toujours été. C'est pourtant loin d'être le cas. Longtemps le dessin et la peinture furent les seuls moyens utilisés pour représenter la réalité sur un support à deux dimensions et ce n'est qu'au XIX^e siècle qu'un procédé technique permit de « capturer » des images.

La date conventionnelle de l'invention de la photographie a été fixée au 7 janvier 1839, date à laquelle Arago présenta à l'Académie des Sciences l'invention de Daguerre : le daguerréotype. Mais l'histoire de la photographie commence bien avant notamment avec la camera obscura (chambre noire) qui est utilisée dès le XVI^e siècle pour des travaux topographiques. Les historiens de l'art ont également montré qu'elle était utilisée par des peintres, comme Vermeer ou les frères Van Eyck.

Le fonctionnement de cet ancêtre de l'appareil photo repose sur les propriétés des lentilles

I.1 - Objet et image

On modélise un appareil photo par l'association d'une lentille mince (L) de focale $f' = \overline{OF'} = 50$ mm appelée « objectif », d'un capteur (C) sur lequel on souhaite récupérer l'image et d'un diaphragme (D) placé devant la lentille.



La distance d entre la lentille (L) et le capteur (C) est réglable, grâce à un mécanisme lié à l'objectif ; elle est comprise entre $d_{min} = 50$ mm et $d_{max} = 55$ mm.

À l'aide de cet appareil, on souhaite former sur le capteur l'image d'un arbre de hauteur $h = 5,0$ m situé à une distance $L = 20$ m devant l'objectif.

On remarque que : $f' \ll L$. C'est une approximation qu'il est possible d'utiliser dans les parties I.1) et I.2).

1) La lentille mince est utilisée dans les « conditions de Gauss ». Préciser en quoi elles consistent. Quelle partie de l'appareil permet d'assurer que ces conditions sont remplies ?

2) Faire un schéma soigné de la situation en notant AB l'objet et $A'B'$ son image sur le capteur (A est sur l'axe et AB appartient à un plan orthogonal à l'axe). Positionner les foyers principaux et tracer au moins deux rayons lumineux issus de B pour justifier la position de l'image $A'B'$.

3) Énoncer les relations de grandissement de Newton.

4) Montrer que la taille de l'image vaut : $A'B' = \frac{hf'}{L}$. Faire l'application numérique.

5) Énoncer la relation de conjugaison de Descartes.

6) Quelle est la valeur de d lorsque l'objet est à l'infini ?

7) Montrer qu'il existe une distance limite notée L_{min} en dessous de laquelle il ne sera pas possible d'obtenir une image sur le capteur. Exprimer L_{min} en fonction de f' et d_{max} . Faire l'application numérique.

I.2 - Influence de la focale

On souhaite obtenir une image de l'arbre sur le capteur plus grande, sans changer de place (donc en gardant la même valeur pour L). On change donc l'objectif et on le remplace par un objectif de focale $f' = 100$ mm. La distance d est toujours réglable mais les valeurs d_{min} et d_{max} sont différentes des valeurs de la partie précédente.

8) Quelle est la taille de l'image de l'arbre sur le capteur ? Si on suppose que le capteur a pour dimensions : 24 mm × 36 mm, sera-t-il possible de voir l'arbre en entier sur la photo obtenue ?

9) L'objectif utilisé est appelé « téléobjectif » ou « objectif de longue focale ». Sur un site internet dédié à la photographie, on peut lire que ce genre d'objectif « rapproche les objets ». Commenter cette phrase en indiquant la part de vérité ou d'inexactitude qu'elle contient. Un raisonnement et un calcul numérique sont attendus (en utilisant une approximation justifiée).

I.3 - Téléobjectif à deux lentilles

On souhaite maintenant réaliser un téléobjectif en utilisant deux lentilles : une lentille (\mathcal{L}_1) convergente de focale $f'_1 = 10$ cm et une lentille (\mathcal{L}_2) divergente de focale $f'_2 = -5$ cm, séparées par une distance $e = 8$ cm. La distance L entre (\mathcal{L}_1) et l'arbre n'a pas changé.

On remarque que : $f'_1 \ll L$. C'est une approximation qu'il est possible d'utiliser dans la partie I.3).

La lentille (\mathcal{L}_1) donne de l'arbre AB une image intermédiaire A_1B_1 qui joue le rôle d'objet pour la lentille (\mathcal{L}_2) qui en donne une image finale $A'B'$.

$$AB \xrightarrow{\mathcal{L}_1} A_1B_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} A'B'$$

10) Exprimer la distance $\overline{O_2A_1}$ en fonction de f'_1 et e .

11) L'image $A'B'$ doit être réelle, car elle doit se former sur le capteur. En déduire que la distance e doit être située dans une plage de valeurs bien précise : $e \in [e_{min} ; e_{max}]$. Exprimer e_{min} et e_{max} en fonction de f'_1 et f'_2 . Vérifier que cette condition est bien réalisée avec les valeurs numériques données en introduction de cette partie.

12) Compléter le schéma en annexe 1, où l'arbre AB est considéré être à l'infini et en utilisant l'échelle 1 carreau horizontal $\leftrightarrow 1$ cm. Placer les points F'_1, F_1, F'_2 et F_2 , puis les images A_1B_1 puis $A'B'$.

13) Quel est l'intérêt d'utiliser une lentille divergente dans un appareil photo ?

I.4 - Exploitation d'une photo

Les tailles des capteurs dont sont équipés les appareils numériques actuels sont variables, comme l'indique le document 1.

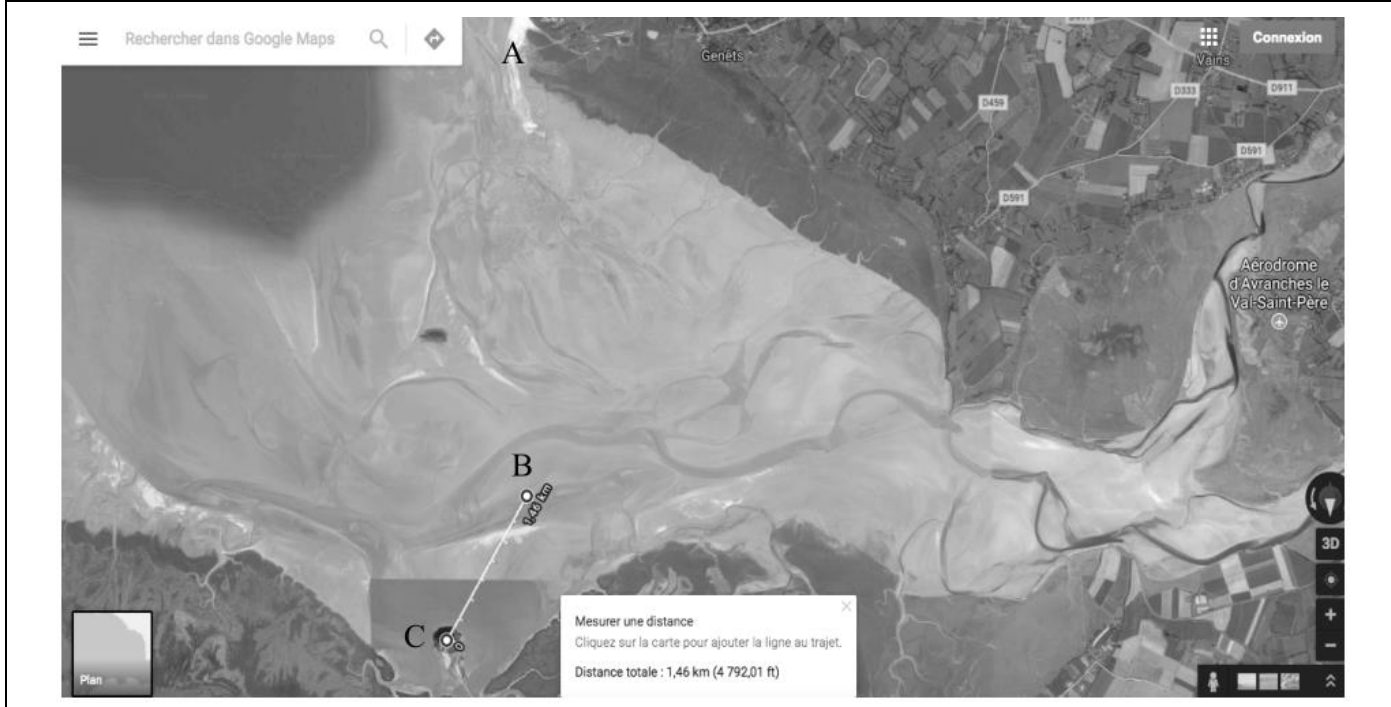
Document 1 - Exemples de capteurs d'appareils photo numériques

Standard Diagonale	Dimensions		Exemples
1/2,5"	7,18 mm	4,29x5,76 mm	Panasonic TZ6
1/2,3"	7,7 mm	4,62x6,16 mm	Nikon P90, Canon 110 IS
1/2"	8 mm	4,8x6,4 mm	Fuji F70EXR
1/1,7"	9,5 mm	5,7x7,6 mm	Canon G10
1/1,6"	10 mm	6x8 mm	Fuji S200EXR
4/3"	21,6 mm	13x17,3 mm	reflex 4/3 et hybrides Micro 4/3
APS	24,8 mm	13,8x20,7 mm (Sigma)	reflex amateurs
	à 28,4 mm	à 15,8x23,6 mm (Nikon, Sony)	
24x36	43,3 mm	24x36 mm	Nikon D700, Sony Alpha 900

La photo ci-après a été prise avec un appareil photo numérique de type « Canon G10 ». Les informations relatives à la photo sont consignées dans le document 3. Il s'agit d'une photo prise dans la baie du Mont Saint-Michel (au point B sur la carte satellite du document 2). La distance BC vaut 1,46 km.



Document 2 - Image satellite de la baie du Mont Saint-Michel



A : Bec d'Andaine

B : lieu de la prise de vue

C : Mont Saint-Michel

Document 3 - Informations relatives à la prise de vue (Photo Mont Saint-Michel)

Sensibilité : 100 ISO

Vitesse : 1/ 250 s

Ouverture : $f/7,1$

Focale : 18 mm

Dans la question suivante, le candidat doit clairement énoncer son raisonnement. Toute réponse cohérente et argumentée, même si elle est incomplète, sera valorisée.

14) À l'aide de la relation indiquée à la question 4, à partir de la photo obtenue, ainsi que des documents 1, 2 et 3, déterminer la hauteur h du Mont Saint- Michel (flèche comprise).

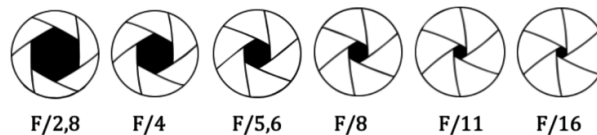
Le contrôle de la lumière qui pénètre dans l'appareil photo est essentiel, qu'il soit argentique ou numérique. Le document 4 indique les différents réglages en mode manuel (en mode automatique, les réglages sont déjà faits par défaut) pour obtenir une bonne exposition.

Document 4 - Réglages de l'exposition d'une photo

L'exposition est un paramètre technique important pour la réussite d'une photo. Elle caractérise en quelque sorte l'action de la lumière sur le capteur. Si l'exposition est trop faible, l'image obtenue sera sombre (sous-exposée) ; à l'inverse, une surexposition produira une image trop claire.

L'exposition est choisie en fonction de la scène à photographier (intérieur, extérieur, etc.) et peut être contrôlée par trois paramètres.

- La sensibilité ISO correspond à la sensibilité à la lumière du capteur (ou de la pellicule) ; elle varie en général entre 100 (faible sensibilité) et 3 200 (grande sensibilité). Une sensibilité deux fois plus grande correspond donc à un capteur deux fois plus sensible. Il est préférable d'utiliser une sensibilité faible car les hautes sensibilités augmentent le bruit, ce qui détériore le résultat.
- La vitesse d'obturation représente la durée pendant laquelle l'obturateur reste ouvert. Elle est en général comprise entre 1 s et 1/250 s. Une faible vitesse peut entraîner des phénomènes de « bougé » si la scène est en mouvement.
- L'ouverture du diaphragme correspond à la taille du disque qui laisse passer la lumière quand l'obturateur est ouvert. Elle est indiquée par une notation f/x , où x est appelé « nombre d'ouverture ». Voici quelques valeurs de l'ouverture :



Lorsqu'on passe d'une valeur à l'autre (de la gauche vers la droite) on divise par 2 la surface d'ouverture du diaphragme.

Source : d'après apprendre-la-photo.fr

15) La photo du Mont Saint-Michel est peu lumineuse. En vous aidant du document 4, indiquer le ou les réglages à effectuer pour rendre la photographie plus lumineuse.

Un photographe amateur effectue une prise de vue (un portrait d'une personne immobile) en extérieur avec les réglages suivants : (ISO : 100 / vitesse : 1/250 s / ouverture : $f/8$). Il l'estime correctement exposée et souhaite en effectuer une autre avec la même exposition, en conservant la même sensibilité, mais avec une ouverture $f/4$.

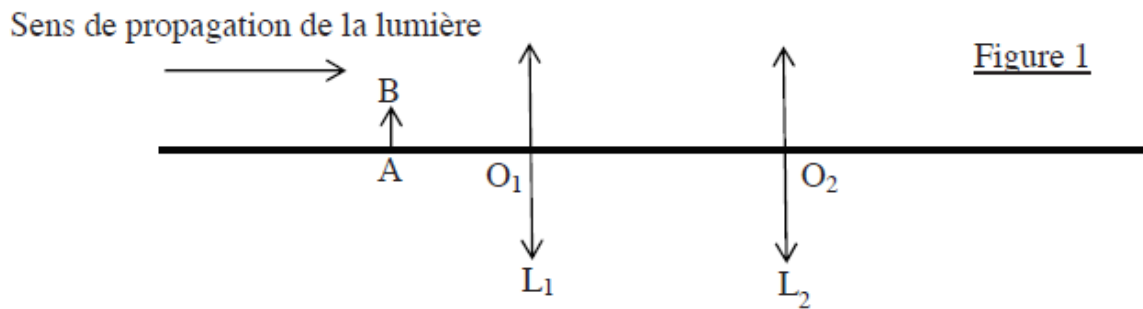
16) Comment faut-il modifier la vitesse d'obturation ? Si la personne bouge un peu durant la prise de vue, y a-t-il un risque plus grand, en comparaison avec la première photographie, que l'image obtenue soit floue ?

----- Fin de la partie I -----

II - Microscope optique

Le microscope est modélisé sur la figure 1, par un système de deux lentilles minces convergentes, l'une constituant l'objectif (lentille \mathcal{L}_1 de centre O_1 et de distance focale image $f'_1 = 5 \text{ mm}$), et l'autre constituant l'oculaire (lentille \mathcal{L}_2 de centre O_2 et de distance focale image $f'_2 = 15 \text{ mm}$).

On fixe la distance : $\overline{O_1O_2} = D_0 = 120 \text{ mm}$.



On définit l'intervalle optique par la grandeur algébrique $\Delta = \overline{F'_1F_2}$, où F'_1 est le foyer image de \mathcal{L}_1 et F_2 le foyer objet de \mathcal{L}_2 .

17) Exprimer Δ en fonction de f'_1 , f'_2 , D_0 , puis calculer sa valeur.

Un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique est éclairé et placé à une distance d de \mathcal{L}_1 , à sa gauche, de façon à ce que l'image $A'B'$ donnée par l'objectif, appelée image intermédiaire, se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire. L'observation se fait à l'œil placé au contact de l'oculaire.

18) Exprimer d en fonction de f'_1 et Δ , puis calculer sa valeur.

19) Exprimer le grossissement γ_1 induit par l'objectif en fonction de f'_1 et Δ , puis calculer sa valeur.

20) Quel est l'intérêt pour l'observateur de cette position de l'objet ?

21) Faire une construction géométrique faisant apparaître l'objet, l'image intermédiaire, ainsi que l'angle α' sous lequel est observée l'image finale à travers le microscope.

Le grossissement commercial du microscope est défini par $G = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right|$ où α est l'angle sous lequel serait vu l'objet à l'œil nu placé à une distance $D = 250 \text{ mm}$. L'objet étant de très petite taille, ces deux angles seront bien sûr très faibles.

22) À quoi correspond D pour un œil emmétrope ?

23) Exprimer G en fonction de Δ , D , f'_1 et f'_2 , puis calculer sa valeur.

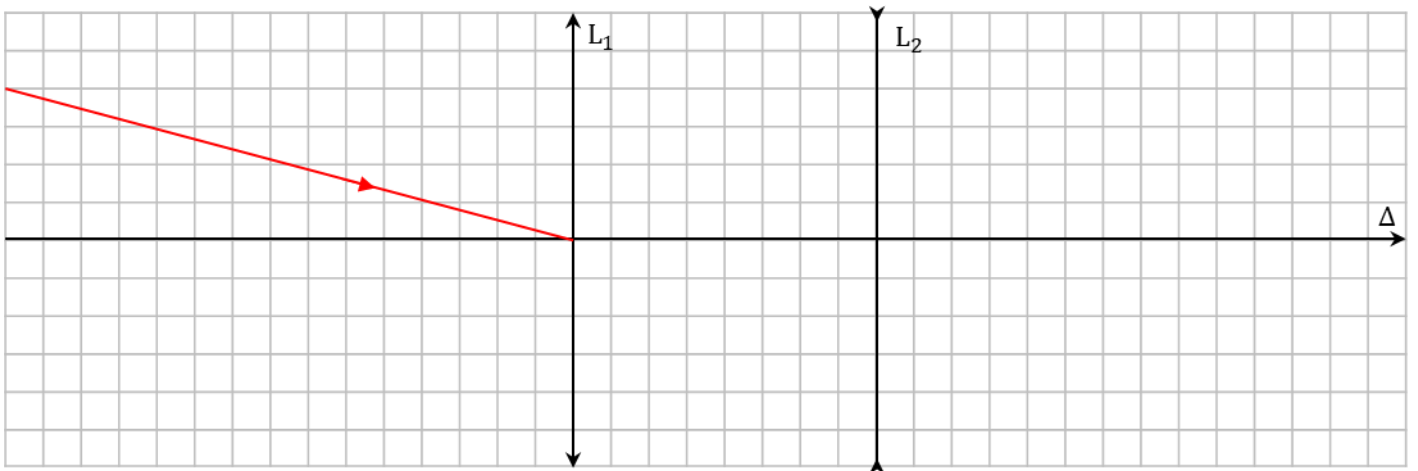
24) Quel phénomène limite généralement la résolution d'un instrument d'optique, et en particulier celle du microscope ?

----- Fin de la partie II -----

Annexe 1

Question 12 :

Échelle : 1 carreau horizontal \leftrightarrow 1 cm

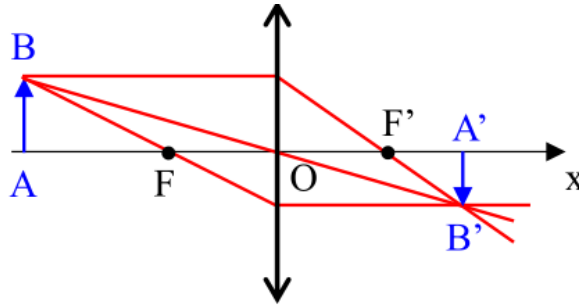


I - Une brève histoire de la photographie

I.1 - Objet et image

1) Pour être dans les conditions de Gauss, il faut utiliser des rayons lumineux **peu éloignés de l'axe optique** et **peu inclinés par rapport à ce dernier**. Une lentille mince utilisée par les conditions de Gauss peut être considérée comme rigoureusement stigmatique et aplanétique. Dans l'appareil photo, c'est le **diaphragme** qui permet d'assurer que les conditions de Gauss sont remplies.

2)



3) Relation de grandissement de Newton :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{f'}{\overline{FA}} = -\frac{f'}{\overline{F'A'}}$$

4) D'après les relations précédentes :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{f'}{\overline{FA}} \Rightarrow \overline{A'B'} = \overline{AB} \times \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \overline{AB} \times \frac{\overline{FO}}{\overline{FO} + \overline{OA}} = \boxed{\frac{hf'}{f' - L}}$$

Dans le cas où $f' \ll L$, on a :

$$\overline{A'B'} \simeq -\frac{hf'}{L} = -12,5 \text{ mm}$$

5) Relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

6) On a :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{L} = \frac{1}{f'}$$

Lorsque $L \rightarrow \infty$, on a $\boxed{d = f'}$.

7) Lorsque L diminue, d augmente. De plus, lorsque $L \rightarrow f'$, $d \rightarrow +\infty$. Puisque d ne peut pas dépasser une valeur maximale d_{\max} , on en déduit qu'il existe bien une valeur minimale de L .

Cette valeur vaut :

$$\frac{1}{d_{\max}} + \frac{1}{L_{\min}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow L_{\min} = \left(\frac{1}{f'} - \frac{1}{d_{\max}} \right)^{-1} = \frac{d_{\max} f'}{d_{\max} - f'} = 55 \text{ cm}$$

I.2 - Influence de la focale

8) On a toujours $L \gg f'$. Ainsi,

$$\overline{A'B'} \simeq -\frac{hf'_1}{L} = -25 \text{ mm}$$

On constate que l'image de l'arbre est plus grande que la dimension la plus petite du capteur (24 mm) ; on peut voir l'arbre en entier sur la photo uniquement en mode « portrait ».

9) L'image obtenue avec un téléobjectif de focale $f'_1 = 2f'$ fait la même taille que celle obtenue avec f' pour une distance $L_1 = L/2$, tant que l'approximation $L \gg f'$ reste valable. En effet,

$$\overline{A'B'} \simeq -\frac{hf'_1}{L_1} = -\frac{hf'}{L}$$

C'est en ce sens qu'on peut dire incorrectement qu'un téléobjectif rapproche les objets.

I.3 - Téléobjectif à deux lentilles

10) Relation de conjugaison de Descartes pour L_1 :

$$\frac{1}{\overline{O_1A_1}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f'_1} \Rightarrow \overline{O_1A_1} = \frac{\overline{O_1A} \times f'_1}{\overline{O_1A} + f'_1}$$

Toujours avec l'approximation $|\overline{O_1A}| \gg f'_1$, on obtient :

$$\overline{O_1A_1} \simeq f'_1$$

Ainsi,

$$\overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} + \overline{O_1A_1} \simeq f'_1 - e$$

11) On souhaite une image réelle. Par définition, il faut : $\overline{O_2A'} > 0$. Relation de conjugaison de Descartes pour L_2 :

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f'_2} \Rightarrow \overline{O_2A'} = \frac{\overline{O_2A_1} \times f'_2}{\overline{O_2A_1} + f'_2} > 0$$

Or, $f'_2 < 0$ puisqu'il s'agit d'une lentille divergente.

Il faut donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{O_2A_1} > 0 \text{ et } \overline{O_2A_1} + f'_2 < 0 \\ \text{ou} \\ \overline{O_2A_1} < 0 \text{ et } \overline{O_2A_1} + f'_2 > 0 \end{array} \right.$$

La deuxième condition est impossible à satisfaire puisque $f'_2 < 0$, elle implique donc que $\overline{O_2A_1} < 0$ et $\overline{O_2A_1} > 0$. Impossible !

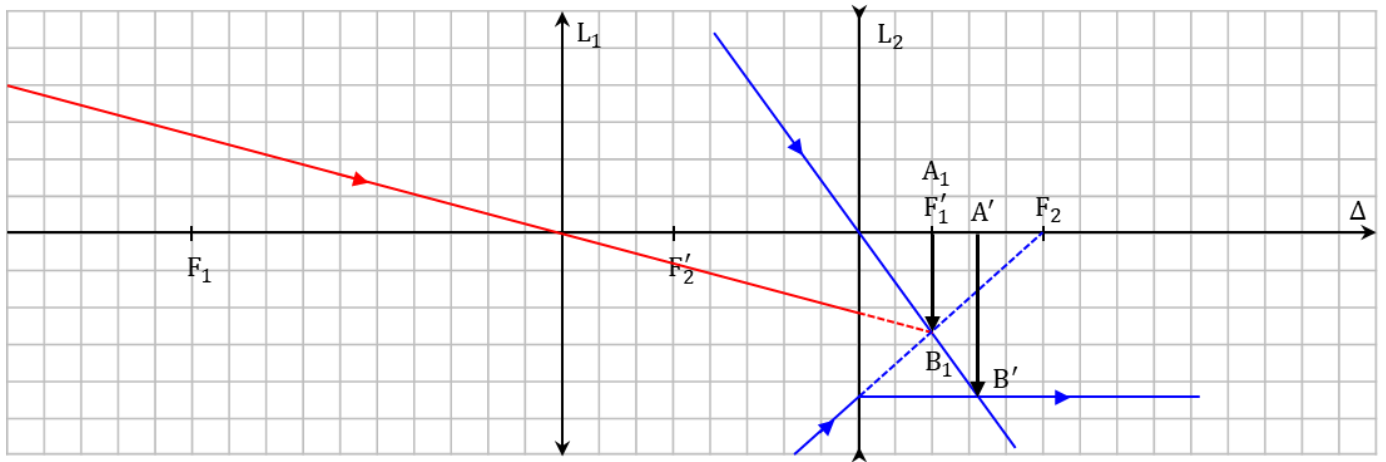
De la première condition, on en déduit :

$$0 < \overline{O_2A_1} < -f'_2 \Rightarrow 0 < f'_1 - e < -f'_2 \Rightarrow \overline{f'_1} > e > \overline{f'_1 + f'_2}$$

On a bien :

$$\overline{f'_1} = 10 \text{ cm} > e = 8 \text{ cm} > \overline{f'_1 + f'_2} = 5 \text{ cm}$$

12)



13) L'utilisation d'une lentille divergente permet, pour une image de taille donnée, de réduire l'encombrement (distance entre la première lentille et le capteur). En effet, on peut voir sur le schéma précédent que pour obtenir une image de la taille de $A'B'$ avec le rayon rouge uniquement, le capteur aurait dû être placé bien plus loin.

I.4 - Exploitation d'une photo

14) On a :

$$h = L \frac{A'B'}{f'}$$

○ Taille de l'image :

D'après le document 1, le capteur utilisé (Canon G10) a une petite dimension de 5,7 mm. Or, sur l'image imprimée, la petite dimension mesure 13,54 cm. Ainsi :

$$5,7 \text{ mm (sur le capteur)} \leftrightarrow 13,54 \text{ cm (sur la feuille)}$$

Sur la feuille, le Mont Saint-Michel (mesure à la règle) mesure 4,74 cm, ce qui correspond à $A'B' = 2,00 \text{ mm}$.

○ Focale :

Le document 2 indique que l'objectif est constitué d'une seule lentille convergente, de focale $f' = 18 \text{ mm}$.

○ Distance :

Enfin d'après le document 3, on a $L = 1,46 \text{ km} \gg f'$.

○ Bilan :

On en déduit :

$$h = L \frac{A'B'}{f'} = 162 \text{ m}$$

15) Il est possible **d'augmenter la sensibilité ISO** (non recommandée), **d'augmenter le temps d'exposition**, ou d'augmenter la taille du diaphragme, c'est-à-dire **réduire le nombre d'ouverture**.

16) Le nombre d'ouverture est divisé par deux, il faut donc diviser par 4 le temps d'exposition. Cela permet justement de limiter le risque que la personne bouge durant la prise de vue.

----- Fin de la partie I -----

II - Microscope optique

17) On a :

$$\Delta = \overline{F_1'F_2} = \overline{F_1'O_1} + \overline{O_1O_2} + \overline{O_2F_2} = -f_1' + D_0 - f_2'$$

A.N.

$$\Delta = 100 \text{ mm}$$

18) On a :

$$A \xrightarrow{L_1} A' = F_2 \xrightarrow{L_2} +\infty$$

On utilise donc la relation de conjugaison de Descartes, avec $d = -\overline{O_1A}$:

$$\frac{1}{\overline{O_1F_2}} - \frac{1}{\overline{O_1A}} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow \frac{1}{\overline{O_1F_1'} + \overline{F_1'F_2}} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow \frac{1}{f_1' + \Delta} + \frac{1}{d} = \frac{1}{f_1'} \Rightarrow d = \left(\frac{1}{f_1'} - \frac{1}{f_1' + \Delta} \right)^{-1} = \frac{f_1'}{\Delta} (f_1' + \Delta)$$

A.N.

$$d = 5,25 \text{ mm}$$

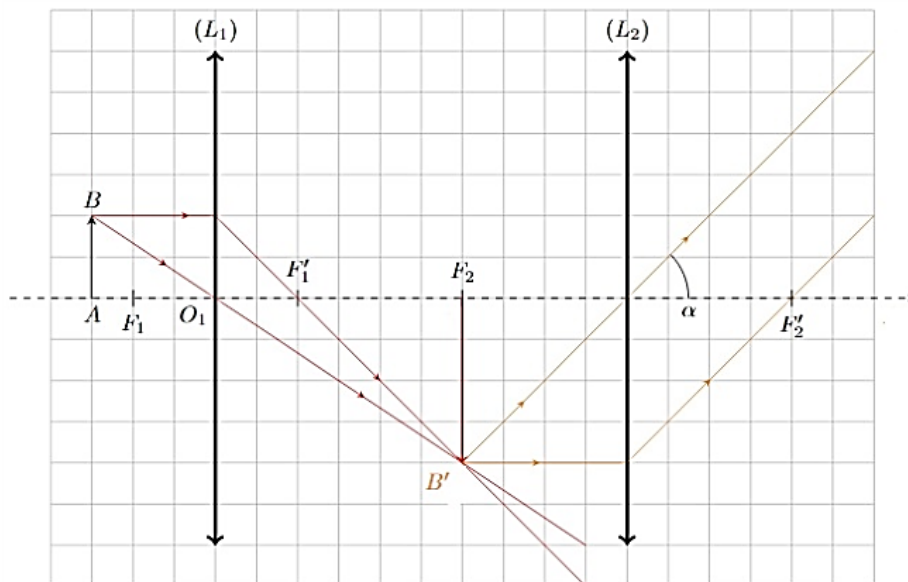
19) On a :

$$\gamma_1 = \frac{\overline{O_1F_2}}{\overline{O_1A}} = -\frac{f_1' + \Delta}{d} = -\frac{\Delta}{f_1'} = -20$$

L'image est donc renversée.

20) L'objet intermédiaire étant dans le plan focal objet de l'oculaire, l'image finale sera à l'infini, permettant ainsi une observation sans accommodation.

21)



22) Cela correspond au PP de l'œil emmétrope.

23) On a, d'après la figure ci-dessus :

$$\tan(\alpha') = \alpha' = \frac{A'B'}{f_2'}$$

$$\tan(\alpha) = \alpha = \frac{AB}{D}$$

Ainsi,

$$G = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right| = \left| \frac{A'B' D}{f_2' AB} \right| = \left| \frac{\gamma_1 D}{f_2'} \right| = \frac{\Delta D}{f_1' f_2'} = 333$$

24) La diffraction (par les lentilles, les montures...).