TP – Incertitudes

NOM :

L'objectif de ce TP est de se familiariser avec le calcul d'incertitudes. Nous allons pour cela mesurer l'accélération de pesanteur terrestre g à l'aide d'un dynamomètre et de différentes masses. On rappelle que le poids P d'une masse m vaut $P = mg$.

I) Incertitudes de type B

1) Mesure des paramètres expérimentaux

Méthode : incertitude de type B

Estimer la plus petite plage de valeurs dans laquelle vous êtes **certain** de trouver la grandeur recherchée.

Noter $\overline{x}$ (la lettre x est à remplacer par le symbole de la grandeur) la valeur centrale de cette plage et Δ ou $\Delta(x)$ sa demi-largeur.

En déduire l'incertitude-type sur la mesure : $u(\overline{x}) = \dfrac{\Delta}{\sqrt{3}}$

- Suspendre une masse à un dynamomètre. Mesurer le poids P sur le dynamomètre avec son incertitude-type associée. Mesurer la masse m avec son incertitude-type associée. Détailler votre raisonnement.

2) Calcul de la grandeur recherchée

Composition d'incertitudes-types

Soit une grandeur y qui s'écrit comme une somme, une différence, un produit ou un quotient de deux grandeurs x_1 et x_2. L'incertitude-type $u(y)$ vaut :

$$y = x_1 + x_2 \quad \text{ou} \quad y = x_1 - x_2 \quad \Rightarrow \quad u(y)^2 = u(x_1)^2 + u(x_2)^2$$

$$y = x_1 \times x_2 \quad \text{ou} \quad y = \frac{x_1}{x_2} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{u(y)}{y}\right)^2 = \left(\frac{u(x_1)}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{u(x_2)}{x_2}\right)^2$$

Écriture du résultat d'une mesure

Une incertitude-type s'écrit toujours avec 1 ou 2 chiffres significatifs, et le résultat de la mesure doit s'arrêter à la même décimale que l'incertitude-type.

- À l'aide de la formule de propagation des incertitudes, déterminer g et son incertitude-type associée. Exprimer le résultat avec un nombre adéquat de chiffres significatifs.

En réalité, l'un des paramètres, P ou m, possède une incertitude-type relative négligeable devant celle de l'autre paramètre. Lequel ? Simplifier la formule de propagation des incertitudes en conséquence et faire l'application numérique. Conclure.

3) Compatibilité avec la mesure d'un camarade

Compatibilité de deux mesures

Soient deux mesures x_1 et x_2 d'incertitudes-types respectives $u(x_1)$ et $u(x_2)$. On appelle **écart normalisé** la grandeur :

$$E_N = \frac{y}{u(y)} \quad \text{avec :} \quad y = x_1 - x_2 \quad \Rightarrow \quad E_N = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{u(x_1)^2 + u(x_2)^2}}$$

Les deux mesures sont compatibles entre elles si : $|E_N| < 2$

La mesure précédente est-elle compatible avec la mesure de votre voisin ?

II) Incertitudes de type A

Méthode : incertitude de type A

Réaliser une série de N mesures de la grandeur x (sans se soucier des incertitudes de mesure). Les résultats sont notés $\{x_i\}$. On définit la **valeur moyenne** de la série de mesures :

$$\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i$$

son **écart-type** :

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N} (x_i - \overline{x})^2}$$

et enfin l'incertitude-type sur la valeur moyenne :

$$u(\overline{x}) = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

Reprendre l'expérience précédente avec différents dynamomètres et différentes masses. Consigner les résultats dans le tableau ci-dessous.

P (N)								
m (g)								

P (N)								
m (g)								

Recopier vos résultats dans un tableur (Excel ou LibreOffice). En déduire g et son incertitude-type associée. Exprimer le résultat avec un nombre adéquat de chiffres significatifs.

Cette mesure est-elle compatible avec la mesure de la partie I ?

III) Simulation de Monte Carlo

Méthode : simulation de Monte Carlo

Une simulation de Monte Carlo permet de simuler un grand nombre de données à partir d'une mesure unique. Cela permet de faire un « traitement de type A » à partir d'une mesure unique.

Méthode :

- simuler le tirage aléatoire d'un grand nombre (N) de valeurs de $\{P_i\}$ et $\{m_i\}$ selon une loi normale ;
- calculer les valeurs de $\{g_i\}$ correspondantes ;
- calculer la valeur moyenne $\overline{g}$ et l'écart-type σ_g de cette distribution.

L'écart-type σ_g de la distribution constitue ici une estimation de l'incertitude-type sur la valeur de g.

Dans le tableur, réaliser la simulation de Monte Carlo à l'aide des valeurs de la partie I. En déduire la valeur de g et $u(g)$. Vérifier que si N est suffisamment grand, on retrouve les résultats de la partie I.

Quel est l'intérêt d'une simulation de Monte Carlo par rapport à un traitement de type B ?

Aides pour Excel

`MOYENNE(...)` renvoie la valeur moyenne d'une plage de valeurs `(...)`

`ECARTYPE(...)` renvoie l'écart-type d'une plage de valeurs `(...)`

`RACINE(...)` renvoie la racine carrée d'un nombre `(...)`

`LOI.NORMALE.INVERSE.N(ALEA(); a; b)` renvoie un nombre aléatoire tiré selon une loi normale, de moyenne `a` et d'écart-type `b`