[O] TP n°2 – Focométrie (4h)

Capacités exigibles dans ce TP

- ☐ Déterminer la valeur d'une distance focale
- ☐ Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par une approche statistique (évaluation de type A)
- ☐ Procéder à l'évaluation d'une incertitude-type par mesure unique (évaluation de type B)
- ☐ Utiliser la fonction `np.random.normal` pour simuler un processus aléatoire
- ☐ Utiliser la fonction `np.polyfit` pour effectuer une régression affine

Une lentille est un composant fait d'un matériau transparent, qui est à la base de nombreux instruments d'optique : appareil photographique, lunette astronomique, microscope... Elles ont été utilisées pour la première fois en Grèce antique (vers 500 avant J.C.) pour faire converger la lumière du soleil afin de produire un feu, et dans l'empire romain (vers 50 avant J.C.) pour corriger des défauts de vision.

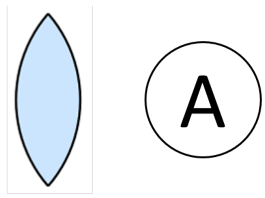
Dans ce TP, nous allons apprendre à former des images à l'aide de lentilles et à mesurer des distances focales de lentilles convergentes et divergentes.

Un compte-rendu est à rendre pour ce TP

I) Formation d'images

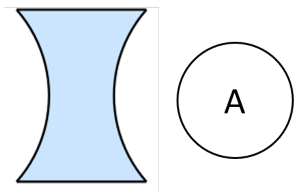
1) Nature des lentilles

Une lentille dont les bords sont plus minces que le centre (lentille bombée ou convexe) est convergente, alors qu'une lentille dont les bords sont plus épais que le centre (lentille creusée ou concave) est divergente. Ce critère n'est, pas suffisant pour des lentilles dont la courbure est peu marquée. Pour les distinguer, on observe à travers la lentille un objet situé juste derrière elle : la lentille convergente joue alors le rôle de loupe et agrandit l'objet, alors que c'est l'effet inverse pour une lentille divergente.



- Prendre deux lentilles de distance focale environ égale à $+20$ cm et -30 cm.

- Observer la courbure des lentilles. Observer la taille apparente d'un texte à travers la lentille. Les observations sont-elles cohérentes avec la nature de la lentille ?



Ces manipulations vous permettent de vérifier en quelques secondes le caractère convergent ou divergent d'une lentille inconnue.

2) Première image

Lors d'un montage d'optique, il faut s'efforcer d'obtenir une « belle image », c'est-à-dire une figure nette, centrée et bien éclairée. Pour cela, il est nécessaire de faire attention aux points suivants.

Préréglage : placer la lampe à l'extrémité gauche du banc d'optique et placer un objet proche de la lampe.

Alignement des composants : placer les composants de manière à avoir un axe optique commun à tous les objets utilisés (régler la hauteur, le centrage, la perpendicularité des objets au banc d'optique, etc).

Éclairage : un curseur situé sur le côté de la lampe permet de régler la convergence du faisceau lumineux, faire en sorte que le faisceau ne soit ni trop convergent, ni trop divergent.

- En suivant les indications précédentes, observer l'image d'un objet (une lettre F par exemple) sur un écran, à l'aide d'une lentille convergente.

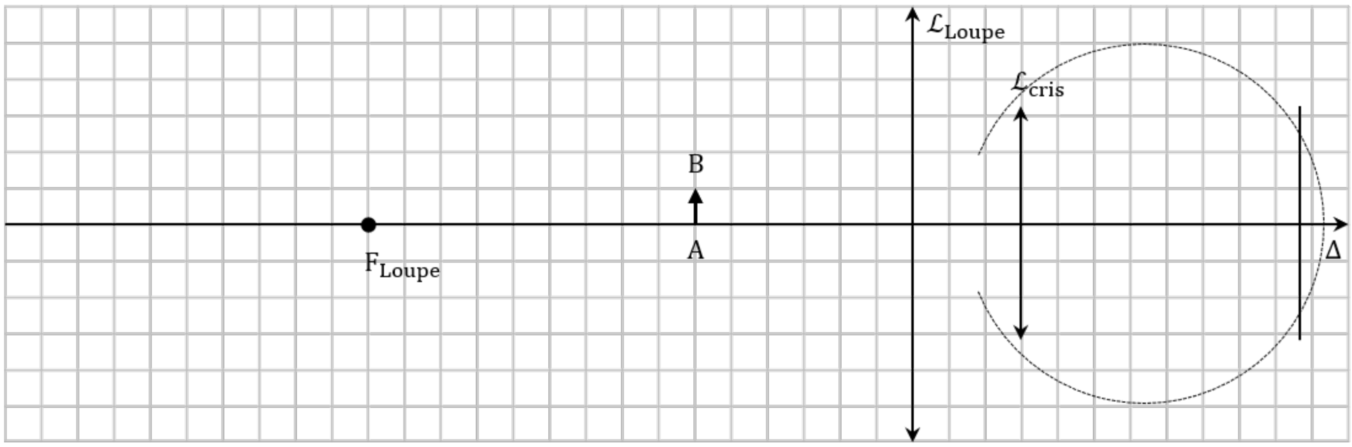
- L'objet est-il réel ou virtuel ? Même question pour l'image.

3) Image virtuelle

Une image virtuelle n'est pas projetable sur un écran. Les rayons émergents semblent se croiser avant la lentille, ils ne s'y croisent donc pas réellement. L'œil peut en revanche faire converger les rayons sur la rétine et rendre visible cette image virtuelle.

On note :

$$\mathrm{AB} \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathrm{A_1B_1} \xrightarrow{\text{œil}} \mathrm{A'B'}$$



Sur le schéma ci-dessus, déterminer les positions de $\mathrm{A_1B_1}$ et $\mathrm{A'B'}$ à l'aide de tracés de rayons.

Quelle est la nature de l'image $\mathrm{A_1B_1}$ formée par la lentille convergente ? Quelle est la nature de l'objet $\mathrm{A_1B_1}$ observé par l'œil ?

La situation précédente est en réalité celle réalisée au I.1 : la lentille convergente joue le rôle de loupe et agrandit l'objet, à condition que l'objet soit placé entre le point focal objet et la lentille !

Observer la taille apparente d'un texte à travers une lentille convergente, cette dernière étant positionnée à une distance proche de sa distance focale.

II) Estimation de la distance focale d'une lentille convergente

1) Détermination approximative du point focal objet

Le **foyer principal objet** ou **point focal objet** F est le point objet situé sur l'axe optique de la lentille, dont le point image conjugué est situé à l'infini sur l'axe optique. Tout rayon incident passant par F émerge de la lentille parallèlement à l'axe optique.

$$\mathrm{A} = \mathrm{F} \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathrm{A'}\,(\infty \text{ sur } \Delta)$$

Dans cette configuration, la relation de Descartes donne :

$$\underbrace{\frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}}}_{\simeq\, 0} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{\mathrm{OA}} \simeq -f'}$$

Dans cette situation, l'image est dite « à l'infini » et l'objet se trouve approximativement dans le plan focal objet de la lentille.

À l'aide d'une lentille convergente, observer l'image « à l'infini » d'un objet réel. En déduire une estimation de la distance focale de la lentille.

2) Détermination approximative du point focal image

Le **foyer principal image** ou **point focal image** F′ est le point image situé sur l'axe optique de la lentille, dont le point objet conjugué est situé à l'infini sur l'axe optique. Tout rayon incident parallèle à l'axe optique émerge de la lentille en passant par F′.

$$\mathrm{A}\,(\infty \text{ sur } \Delta) \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathrm{F'} = \mathrm{A'}$$

Dans cette configuration, la relation de Descartes donne :

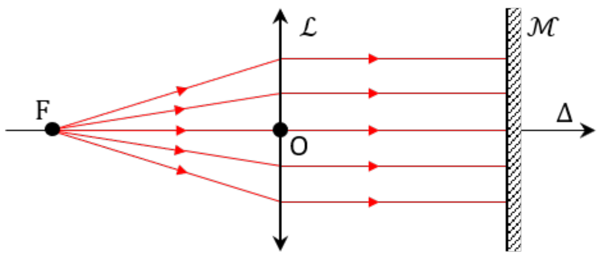
$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \underbrace{\frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}}}_{\simeq\, 0} = \frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\overline{\mathrm{OA'}} \simeq f'}$$

Dans cette situation, l'objet est dit « à l'infini » et l'image se trouve approximativement dans le plan focal image de la lentille.

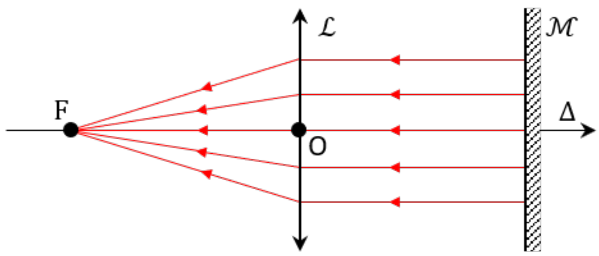
⚙ À l'aide d'une lentille convergente, observer l'image d'un objet réel « à l'infini ». En déduire une estimation de la distance focale de la lentille.

3) Méthode d'auto-collimation

Plaçons un miroir $\mathcal{M}$ derrière une lentille convergente $\mathcal{L}$.



Propagation des rayons lumineux avant réflexion sur $\mathcal{M}$



Propagation des rayons lumineux après réflexion sur $\mathcal{M}$

Lorsque un objet est placé sur le point focal objet F de $\mathcal{L}$, on constate que son image se forme dans le même plan que l'objet, avec un grandissement $\gamma = -1$.

$$\mathrm{A} = \mathrm{F} \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathrm{A}_1\,(\infty \text{ sur } \Delta) \xrightarrow{\mathcal{M}} \mathrm{A}_2\,(\infty \text{ sur } \Delta) \xrightarrow{\mathcal{L}} \mathrm{A'} = \mathrm{F}$$

C'est la **méthode d'autocollimation**. Cette méthode permet de :
- mesurer rapidement et assez précisément la distance focale d'une lentille convergente ;
- créer un faisceau de lumière parallèle (si on enlève le miroir), ie. créer un objet à l'infini.

⚙ Placer un miroir plan derrière une lentille convergente, puis chercher la position de l'objet lumineux qui donne une image dans le même plan.

⚙ 🗎 Déterminer la distance focale f' de la lentille convergente avec son incertitude de type B.

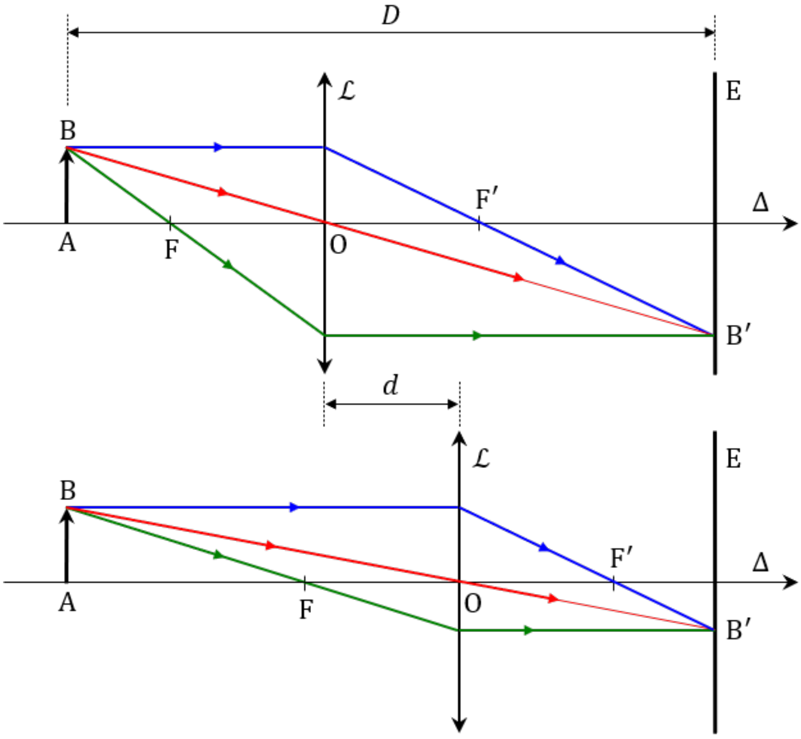
III) Méthode de Bessel

1) Rappels théoriques

La **méthode de Bessel** permet une mesure très précise de la distance focale d'une lentille mince convergente f'.

Soit un objet AB et un écran E espacés d'une distance D. Si $D > 4f'$, alors il existe deux positions (cf. schéma ci-contre) de la lentille permettent d'observer sur l'écran l'image A′B′. La distance entre ces positions est noté d. On peut montrer que :

$$f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}$$



2) Mesures

Réaliser le protocole décrit ci-dessous. Pour chaque mesure, estimer le demi-intervalle de confiance $\Delta(x)$

(1) Fixer la position de l'objet. On note x_{A} sa position lue sur le banc d'otique.

(2) Fixer la position de l'écran, tout en respectant le critère $D > 4f'$ (à vérifier qualitativement, puisque l'on ne connaît pas encore la valeur de f'). On note $x_{\mathrm{A}'}$ sa position lue sur le banc d'otique.

(3) Mesurer les positions x_1 et x_2 de la lentille permettant d'observer l'image de l'objet sur l'écran.

(4) Recommencer les points (2) et (3) pour 7 valeurs de D différentes.

Estimer l'incertitude-type $u(x)$ des mesures. Par simplicité, on prendra la même incertitude pour l'ensemble des mesures.

3) Analyse d'une mesure unique – incertitudes de type B

Dans cette partie, nous allons déterminer f' à l'aide de la première mesure uniquement (et non pas de l'ensemble des 7 mesures).

Déterminer la valeur de f'.

À l'aide d'une simulation de Monte-Carlo, déterminer $u(f')$.

Écrire f' et son incertitude-type avec le bon nombre de chiffres significatifs.

4) Analyse statistique d'une série de mesure – incertitudes de type A

Dans cette partie, nous allons faire une analyse statistique des 7 mesures de $\{f'_n\}$. La valeur de f' ainsi obtenue devrait être plus précise que dans la partie précédente.

Calculer la valeur moyenne de la série de mesure et l'incertitude-type sur cette valeur moyenne. Exprimer le résultat avec un nombre adéquat de chiffres significatifs

5) Analyse par régression linéaire

Dans cette dernière partie, nous allons obtenir la valeur de f' par régression linéaire. On remarque que :

$$f' = \frac{D^2 - d^2}{4D} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{D^2 - d^2}_{y} = \underbrace{f'}_{a} \times \underbrace{4D}_{x}$$

Utiliser la fonction `polyfit` de la bibliothèque `numpy` pour effectuer une régression affine. En déduire la valeur de f'. On ne cherchera pas à estimer l'incertitude-type.

IV) Estimation de la distance focale d'une lentille divergente

1) Auto-collimation à deux lentilles

Il est possible de montrer qu'un système de deux lentilles minces $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$ accolées (ie. de même centre optique), de vergence respective V_1 et V_2, est équivalent à une lentille unique $\mathcal{L}$ de vergence :

$$V = V_1 + V_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{f'} = \frac{1}{f'_1} + \frac{1}{f'_2} \quad \Rightarrow \quad \boxed{f' = \frac{f'_1 \times f'_2}{f'_1 + f'_2}}$$

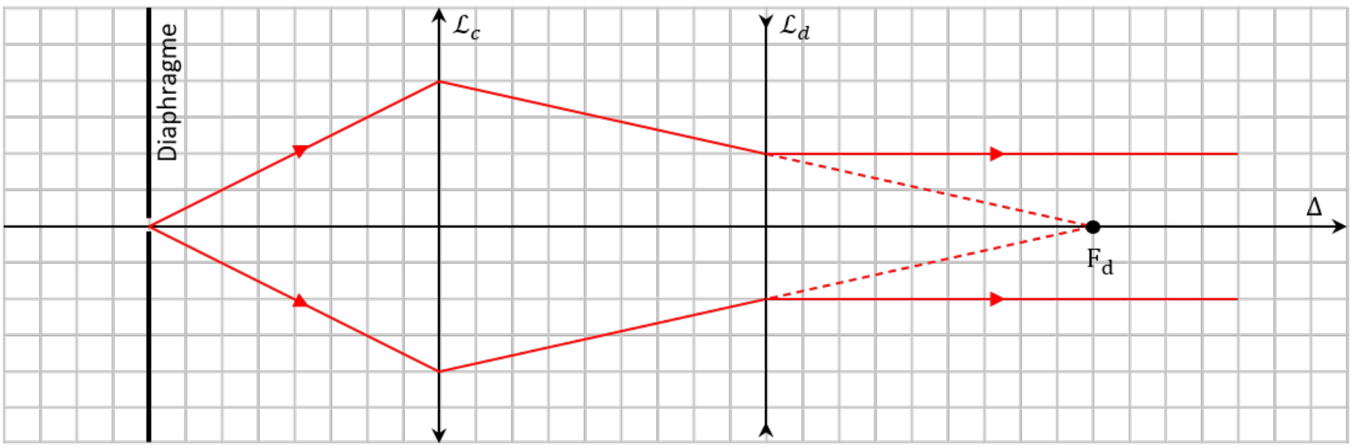
On souhaite accoler une lentille convergente $f'_c > 0$ et une lentille divergente $f'_d < 0$ afin que le doublet se comporte comme une lentille convergente.

Quelle relation doivent vérifier f'_c et f'_d pour que cette propriété soit vérifiée ?

Déterminer f'_d par auto-collimation.

2) Méthode du faisceau de rayons parallèles

On considère le montage suivant, comprenant une source lumineuse, un diaphragme servant de petit objet circulaire, une lentille convergente et une lentille divergente.



Réaliser le montage sans la lentille divergente. Repérer la position de l'image du diaphragme.

Placer la lentille divergente afin que le faisceau émerge parallèle, ie. que la tâche lumineuse sur l'écran ne change pas de diamètre, quelque soit la position de l'écran.

En déduire la distance focale de la lentille divergente.

Aide pour Python

`import numpy as np` permet d'importer l'ensemble des fonctions du module numpy.

`len(u)` renvoie le nombre d'éléments contenus dans `u`.

`np.array(u)` crée un tableau numpy contenant les éléments de la liste `u`.

`np.arange(a, b, p)` crée un tableau numpy contenant les valeurs comprises entre `a` (inclus) et `b` (exclu), régulièrement espacées du pas `p`.

`np.linspace(a, b, N)` crée un tableau numpy contenant `N` valeurs régulièrement espacées et comprises entre `a` (inclus) et `b` (inclus).

`a, b = np.polyfit(x, y, 1)` stocke dans les variables `a` et `b` le résultat de la régression affine $y = ax + b$.

`np.random.normal(moy, std, N)` crée un tableau numpy contenant `N` valeurs tirées aléatoirement selon une loi normale de valeur moyenne `moy` et d'écart-type `std`.

`np.mean(u)` et `np.average(u)` calculent la valeur moyenne du tableau numpy `u`.

`np.std(u, ddof=1)` calcule l'écart-type du tableau numpy `u`.

`np.sqrt(x)` calcule la racine carrée du nombre `x`.